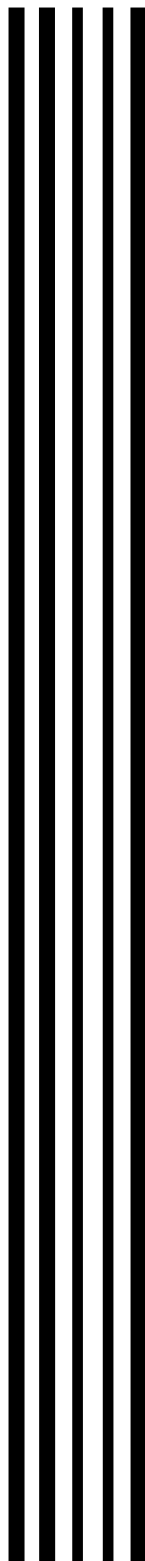


КФЭУ



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

**Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Казанский государственный энергетический университет»**

**СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО
РЕГУЛИРОВАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ**

Практикум

В двух частях

Часть 2

**Казань
2022**

УДК 681.5.01
ББК 32.965.8
С40

Системы автоматического регулирования и управления :
С40 практикум : в 2 частях / составители: В. М. Бутаков, П. П. Павлов,
О. В. Погодицкий, А. Н. Хуснутдинов. – Казань : КГЭУ, 2022. – Ч. 2.
– 84 с.

Разработан с целью оказания помощи обучающимся при выполнении практических занятий по дисциплине «Системы автоматического регулирования и управления», каждое из которых включает в себя краткие теоретические сведения, примеры решения задач, задания для самостоятельного выполнения с использованием современных информационных технологий и контрольные вопросы.

Предназначен для обучающихся по образовательной программе направления подготовки 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника, направленности (профили) «Электромеханические комплексы и системы» и «Электромобильный и беспилотный транспорт».

УДК 681.5.01
ББК 32.965.8

ПЕРЕЧЕНЬ СОКРАЩЕНИЙ

- АФЧХ – амплитудно-фазовая частотная характеристика;
- АЧХ – амплитудно-частотная характеристика;
- КУ – корректирующее устройство;
- ЛАЧХ – логарифмическая амплитудно-частотная характеристика;
- ЛФЧХ – логарифмическая фазо-частотная характеристика;
- ЛЧХ – логарифмические частотные характеристики;
- ОС – отрицательная связь;
- САУ – система автоматического управления;
- САР – система автоматического регулирования;
- ССДМ – структурная схема динамической модели;
- ССЧСГ – система стабилизации частоты синхронного генератора;
- ФЧХ – фазо-частотная характеристика;
- ЭМУ – электромашинный усилитель.

ВВЕДЕНИЕ

Целью освоения дисциплины «Системы автоматического регулирования и управления» является изучение основ теории, принципов построения и функционирования, а также методов анализа и синтеза САУ и САР.

Структура практикума такова, что способствует последовательному накоплению и закреплению знаний по мере изучения основных разделов дисциплины. Основное внимание уделено математическому описанию элементов САУ и САР. Рассмотрены методы анализа устойчивости, качества и методы синтеза линейных непрерывных систем в среде MatLab Simulink, подкрепленные подробно разобранными примерами.

Описание каждого практического занятия помимо теоретических сведений, содержащих основные понятия, формулы и примеры решения задач, включает задания для самостоятельного выполнения, имеющие практическое значение. В конце пособия приведен список рекомендуемой литературы.

Продолжительность каждого практического занятия составляет 4 ч.

Таким образом, освоение изложенного материала направлено на формирование у обучающихся способностей:

- применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач;
- обрабатывать результаты экспериментов.

Практическое занятие № 1

ФОРМЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЭЛЕМЕНТОВ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Цель занятия: получение общей и стандартной формы представления дифференциального уравнения.

Краткие теоретические сведения

В теории автоматического управления для линейных стационарных систем применяют различные формы записи. Наиболее часто используется общая или стандартная формы записи дифференциальных уравнений, а также в виде передаточных функций.

Общая форма представления дифференциальных уравнений. Данная форма представления в общем случае для элемента САУ с одним входом и одним выходом имеет вид:

$$\begin{aligned} d_n u_{\text{ВЫХ}}^{(n)} + d_{n-1} u_{\text{ВЫХ}}^{(n-1)} + \dots + d_1 \dot{u}_{\text{ВЫХ}} + d_0 u_{\text{ВЫХ}} &= \\ = b_m u_{\text{ВХ}}^{(m)} + b_{m-1} u_{\text{ВХ}}^{(m-1)} + \dots + b_1 \dot{u}_{\text{ВХ}} + b_0 u_{\text{ВХ}}. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Порядок дифференциального уравнения элемента САУ определяется порядком старшей производной n выходной координаты $u_{\text{ВЫХ}}$. Производная от входного сигнала в общем случае также имеет место в САУ, что обусловлено наличием дифференциальных составляющих в алгоритме работы управляющего устройства.

Стандартная форма представления дифференциальных уравнений. Для приведения к стандартной форме обратимся к уравнению (1.1), записанному в общей форме, и преобразуем его. Поделим обе его части на коэффициент d_0 и в правой части вынесем за скобки коэффициент b_0 :

$$\begin{aligned} \frac{d_n}{d_0} u_{\text{ВЫХ}}^{(n)} + \frac{d_{n-1}}{d_0} u_{\text{ВЫХ}}^{(n-1)} + \dots + \frac{d_1}{d_0} \dot{u}_{\text{ВЫХ}} + u_{\text{ВЫХ}} &= \\ = \frac{b_0}{d_0} \left(\frac{b_m}{b_0} u_{\text{ВХ}}^{(m)} + \frac{b_{m-1}}{b_0} u_{\text{ВХ}}^{(m-1)} + \dots + \frac{b_1}{b_0} \dot{u}_{\text{ВХ}} + u_{\text{ВХ}} \right). \end{aligned} \quad (1.2)$$

Из полученного выражения следует, что коэффициенты при входных и выходных сигналах имеют размерности времени:

$$\frac{d_n}{d_0}, c^n; \frac{d_{n-1}}{d_0}, c^{n-1}; \dots; \frac{d_1}{d_0}, c; \frac{b_m}{b_0}, c^m; \frac{b_{m-1}}{b_0}, c^{m-1}; \dots; \frac{b_1}{b_0}, c.$$

В связи с этим перечисленные коэффициенты представим как произведения так называемых постоянных времени, которые имеют важное физическое значение для исследования устойчивости и качества САУ.

Введем обозначения:

$$\frac{d_n}{d_0} = \prod_{i=1}^n T_i, \quad \frac{d_{n-1}}{d_0} = \prod_{j=1}^{n-1} T_j, \quad \dots, \quad \frac{d_1}{d_0} = T_1;$$

$$\frac{b_m}{b_0} = \prod_{l=1}^m \tau_l, \quad \frac{b_{m-1}}{b_0} = \prod_{k=1}^{m-1} \tau_k, \quad \dots, \quad \frac{b_1}{b_0} = \tau_1;$$

$$K = \frac{b_0}{d_0}.$$

Здесь K – коэффициент передачи элемента или системы.

С учётом принятых обозначений перепишем (1.2) в виде выражения:

$$\begin{aligned} & \prod_{i=1}^n T_i u_{\text{ВЫХ}}^{(n)} + \prod_{j=1}^{n-1} T_j u_{\text{ВЫХ}}^{(n-1)} + \dots + T_1 \dot{u}_{\text{ВЫХ}} + u_{\text{ВЫХ}} = \\ & = K \left(\prod_{l=1}^m \tau_l u_{\text{ВХ}}^{(m)} + \prod_{k=1}^{m-1} \tau_k u_{\text{ВХ}}^{(m-1)} + \dots + \tau_1 \dot{u}_{\text{ВХ}} + u_{\text{ВХ}} \right). \end{aligned} \quad (1.3)$$

Представление дифференциальных уравнений в виде передаточных функций. Для представления дифференциального уравнения в операторной форме применим преобразование Лапласа: функцию от времени преобразуем в функцию от комплексного переменного $s = \sigma + j\omega$ (σ – действительная часть, ω – мнимая часть, $j = \sqrt{-1}$). Функцию от времени называют оригиналом, а ее преобразование по Лапласу – изображением.

Символически преобразование Лапласа принято обозначать прописной буквой L . Например, $L\{x(t)\} = X(s)$. Читается это следующим образом: «Изображение функции $x(t)$ есть $X(s)$ ».

Формально в дифференциальном уравнении производные заменим на оператор дифференцирования s :

$$s \equiv \frac{d}{dt}; \quad s^i \equiv \frac{d^i}{dt^i}.$$

Тогда уравнение (1.1) запишем в виде:

$$\begin{aligned} d_n s^n U_{\text{ВЫХ}}(s) + d_{n-1} s^{n-1} U_{\text{ВЫХ}}(s) + \dots d_1 s U_{\text{ВЫХ}}(s) + d_0 U_{\text{ВЫХ}}(s) = \\ = b_m s^m U_{\text{ВХ}}(s) + b_{m-1} s^{m-1} U_{\text{ВХ}}(s) + \dots b_1 s U_{\text{ВХ}}(s) + b_0 U_{\text{ВХ}}(s). \end{aligned} \quad (1.4)$$

Это алгебраическая форма записи. При этом произведения $sU_{\text{ВЫХ}}$ и $sU_{\text{ВХ}}$ не обладают свойством коммутативности, т. е. нельзя писать $U_{\text{ВЫХ}}s$ и $U_{\text{ВХ}}s$. Считая оператор дифференцирования s алгебраическим сомножителем, соответствующие координаты вынесем за скобки:

$$\begin{aligned} (d_n s^n + d_{n-1} s^{n-1} + \dots d_1 s + d_0) U_{\text{ВЫХ}}(s) = \\ = (b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots b_1 s + b_0) U_{\text{ВХ}}(s). \end{aligned} \quad (1.5)$$

Обозначим полиномы:

$$D(s) = d_n s^n + d_{n-1} s^{n-1} + \dots d_1 s + d_0;$$

$$B(s) = b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots b_1 s + b_0$$

и перепишем выражение (1.5) в более компактной форме:

$$D(s)U_{\text{ВЫХ}}(s) = B(s)U_{\text{ВХ}}(s). \quad (1.6)$$

Отношение полинома $B(s)$ при входной координате $U_{\text{ВХ}}$ к полиному $D(s)$ при выходной координате $U_{\text{ВЫХ}}$ называется передаточной функцией в операторной форме:

$$W(s) = \frac{U_{\text{ВЫХ}}(s)}{U_{\text{ВХ}}(s)} = \frac{B(s)}{D(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots b_1 s + b_0}{d_n s^n + d_{n-1} s^{n-1} + \dots d_1 s + d_0}. \quad (1.7)$$

Выражение (1.7) является передаточной функцией разомкнутой системы, поскольку получено из дифференциального уравнения (1.1), записанного для разомкнутой системы.

Комплексный полином $D(s)$ описывает изменение управляемой величины. Другими словами, он характеризует процесс, происходящий в системе под влиянием управляющего воздействия. Поэтому полином $D(s)$ называют характеристическим. Приравняв его к нулю, получим характеристическое уравнение системы:

$$d_n s^n + d_{n-1} s^{n-1} + \dots + d_1 s + d_0 = 0. \quad (1.8)$$

Уравнение (1.8) позволяет найти корни и получить решение дифференциального уравнения. Характеристический полином и характеристическое уравнение служат основой для проведения исследования системы на устойчивость.

Для преобразования Лапласа необходимо, чтобы начальные условия были нулевыми, а дифференциальные уравнения – линейными. Однако линейность уравнений, описывающих реальные технические системы, скорее исключение, чем правило. В случае слабо нелинейной зависимости (типа слабо искривленной линии, участок которой можно заменить прямой с незначительной погрешностью) осуществляют линеаризацию дифференциального уравнения и ведут расчеты на отрезке прямой.

Передаточная функция является важнейшей характеристикой элемента или системы. С её помощью можно легко получить переходный процесс на выходе элемента или системы при подаче входного воздействия, что позволяет оценить поведение элемента или системы во временной области. В теории автоматического управления для такого анализа применяют временные характеристики: графики переходной и импульсной переходной функций.

Примеры решения задач

Пример 1.1. Схема электромашинного усилителя (ЭМУ) поперечно-продольного поля и статические характеристики его 1-го и 2-го каскадов представлены на рис. 1.1–1.3, из которых видно, что функциональные зависимости носят нелинейный характер.

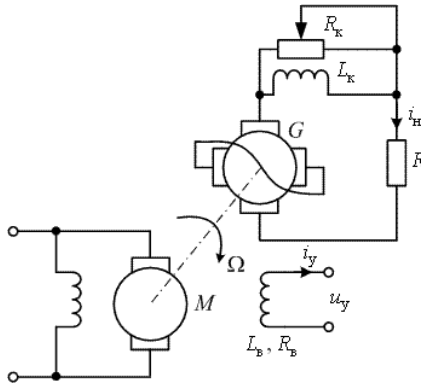


Рис. 1.1

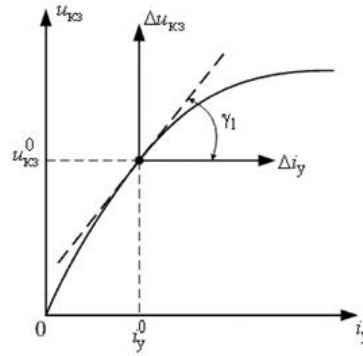


Рис. 1.2

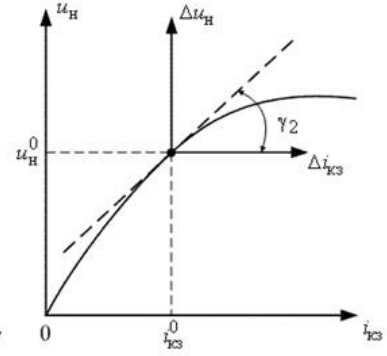


Рис. 1.3

Линеаризованное дифференциальное уравнение ЭМУ поперечно-продольного поля имеет вид:

$$\begin{aligned}
 u_y = & \frac{L_B L_{K3} L_C}{K_1 K_2} \cdot \frac{d^3 i_H}{dt^3} + \frac{(L_B R_{K3} + L_{K3} R_B) L_C + L_B L_{K3} R_C}{K_1 K_2} \cdot \frac{d^2 i_H}{dt^2} + \\
 & + \frac{(L_B R_{K3} + L_{K3} R_B) R_C + R_H R_B L_C}{K_1 K_2} \cdot \frac{d i_H}{dt} + \frac{R_{K3} R_B R_C}{K_1 K_2} i_H, \quad (1.9)
 \end{aligned}$$

где u_y и i_y – напряжение и ток управления; i_H – ток нагрузки; L_B и R_B – индуктивность и сопротивление обмотки возбуждения; L_{K3} и R_{K3} – индуктивность и активное сопротивление короткозамкнутой обмотки якоря; L_C и R_C – суммарные индуктивность и активное сопротивление цепи нагрузки; L_K и R_K – индуктивность и активное сопротивление цепи коррекции; $K_1 = \operatorname{tg} \gamma_1$ и $K_2 = \operatorname{tg} \gamma_2 / 5$ – коэффициенты усиления по току 1-го и 2-го каскадов.

Запишите уравнение (1.9) в общей форме.

Решение. Так как общая форма записи дифференциальных уравнений элементов САУ предполагает, что выходная координата i_H располагается в левой части, а входная координата u_y – в правой, то уравнение (1.9) перепишем в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 \frac{L_B L_{K3} L_C}{K_1 K_2} \cdot \frac{d^3 i_H}{dt^3} + \frac{(L_B R_{K3} + L_{K3} R_B) L_C + L_B L_{K3} R_C}{K_1 K_2} \cdot \frac{d^2 i_H}{dt^2} + \\
 + \frac{(L_B R_{K3} + L_{K3} R_B) R_C + R_H R_B L_C}{K_1 K_2} \cdot \frac{d i_H}{dt} + \frac{R_{K3} R_B R_C}{K_1 K_2} i_H = u_y. \quad (1.10)
 \end{aligned}$$

Введем обозначения:

$$\begin{aligned}
 d_3 &= \frac{L_B L_{K3} L_C}{K_1 K_2}; \\
 d_2 &= \frac{(L_B R_{K3} + L_{K3} R_B) L_C + L_B L_{K3} R_C}{K_1 K_2}; \\
 d_1 &= \frac{(L_B R_{K3} + L_{K3} R_B) R_C + R_H R_B L_C}{K_1 K_2}; \\
 d_0 &= \frac{R_{K3} R_B R_C}{K_1 K_2}; \quad b_0 = 1.
 \end{aligned} \tag{1.11}$$

Окончательно получим:

$$d_3 \ddot{i}_H + d_2 \dot{i}_H + d_1 i_H + d_0 i_H = b_0 u_y. \tag{1.12}$$

Пример 1.2. Запишите уравнение (1.12) ЭМУ поперечно-продольного поля в стандартной форме.

Решение. Преобразуем уравнение (1.12) к виду:

$$\frac{d_3}{d_0} \ddot{i}_H + \frac{d_2}{d_0} \dot{i}_H + \frac{d_1}{d_0} i_H + i_H = \frac{b_0}{d_0} u_y. \tag{1.13}$$

С учетом введенных обозначений коэффициентов (1.11) получим:

$$\begin{aligned}
 \frac{d_3}{d_0} &= \frac{L_B L_{K3} L_C}{R_B R_{K3} R_C}; \\
 \frac{d_2}{d_0} &= \frac{(L_B R_{K3} + L_{K3} R_B) L_C + L_B L_{K3} R_C}{R_B R_{K3} R_C} = \frac{L_B L_C}{R_B R_C} + \frac{L_{K3} L_C}{R_{K3} R_C} + \frac{L_B L_{K3}}{R_B R_{K3}}; \\
 \frac{d_1}{d_0} &= \frac{(L_B R_{K3} + L_{K3} R_B) R_C + R_H R_B L_C}{R_B R_{K3} R_C} = \frac{L_B}{R_B} + \frac{L_{K3}}{R_{K3}} + \frac{R_H}{R_{K3}} \cdot \frac{L_C}{R_C};
 \end{aligned}$$

$$\frac{b_0}{d_0} = \frac{K_1 K_2}{R_{КЗ} R_B R_C}.$$

Поскольку отношение индуктивности к сопротивлению имеет размерность времени, то коэффициенты перепишем в виде:

$$T_B = \frac{L_B}{R_B} \text{ – постоянная времени обмотки возбуждения;}$$

$$T_{КЗ} = \frac{L_{КЗ}}{R_{КЗ}} \text{ – постоянная времени короткозамкнутой обмотки;}$$

$$T_H = \frac{R_H}{R_{КЗ}} T_C \text{ – постоянная времени цепи нагрузки, где } T_C = \frac{L_C}{R_C}.$$

Помимо этого, введём обозначение коэффициента передачи ЭМУ:

$$K_{ЭМУ} = \frac{K_1 K_2}{R_{КЗ} R_B R_C}.$$

После подстановки соответствующих обозначений параметров в (1.13) получим уравнение ЭМУ поперечно-продольного поля в стандартной форме:

$$\begin{aligned} T_B T_{КЗ} T_C \ddot{i}_H + (T_B T_C + T_{КЗ} T_C + T_B T_{КЗ}) \dot{i}_H + \\ + (T_B + T_{КЗ} + T_H) i_H = K_{ЭМУ} u_y. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Пример 1.3. Определите передаточную функцию в форме изображений Лапласа ЭМУ поперечно-продольного поля по дифференциальному уравнению (1.14). Получите графики переходной и импульсной переходной функций с применением системы MatLab. Примите следующие значения параметров ЭМУ: $T_B = 0,06 \text{ с}$; $T_{КЗ} = 0,03 \text{ с}$; $T_H = 10T_C = 0,01 \text{ с}$; $K_{ЭМУ} = 20$.

Решение. Применим изображения по Лапласу к обеим частям уравнения (1.14) в предположении, что начальные условия нулевые:

$$\begin{aligned} \left[T_B T_{КЗ} T_C s^3 + (T_B T_C + T_{КЗ} T_C + T_B T_{КЗ}) s^2 + (T_B + T_{КЗ} + T_H) s + 1 \right] I_H(s) = \\ = K_{ЭМУ} U_y(s). \end{aligned} \quad (1.15)$$

Определим отношение изображений по Лапласу тока нагрузки $I_H(s)$ и напряжения обмотки управления $U_y(s)$, получим искомую передаточную функцию ЭМУ

$$W_{\text{ЭМУ}}(s) = \frac{I_H(s)}{U_y(s)} = \frac{K_{\text{ЭМУ}}}{T_B T_{K3} T_c s^3 + (T_B T_c + T_{K3} T_c + T_B T_{K3}) s^2 + (T_B + T_{K3} + T_H) s + 1}. \quad (1.16)$$

Подставив в (1.16) соответствующие численные значения, находим передаточную функцию ЭМУ:

$$W_{\text{ЭМУ}}(s) = \frac{20}{(0,06 \cdot 0,03 \cdot 0,001) s^3 + (0,06 \cdot 0,001 + 0,03 \cdot 0,001 + 0,06 \cdot 0,03) s^2 + \dots} \dots$$

$$\dots \frac{\dots}{+(0,06 + 0,03 + 0,01) s + 1} =$$

$$= \frac{20}{1,8 \cdot 10^{-6} s^3 + 0,00189 s^2 + 0,1 s + 1}. \quad (1.17)$$

Передаточная функция представляет собой отношение полиномов числителя и знаменателя.

Построим переходную и импульсную переходную характеристики в системе MatLab, используя следующие обозначения: **num** – числитель, **den** – знаменатель, **sys** – передаточная функция $W_{\text{ЭМУ}}(s)$.

Коэффициенты полиномов числителя и знаменателя запишем в квадратных скобках последовательно, начиная с коэффициентов при старших степенях оператора s , и отделим их друг от друга пробелами. Отсутствие в передаточной функции оператора s в какой-либо степени значит, что коэффициент при нем равен нулю.

Составим программу для построения переходной характеристики:

```
num=[20];
den=[1.8e-6 0.00189 0.1 1];
sys=tf(num, den);
step(sys)
```

Оператор **step** означает единичное ступенчатое воздействие. На рис. 1.4 показан график переходной характеристики ЭМУ.

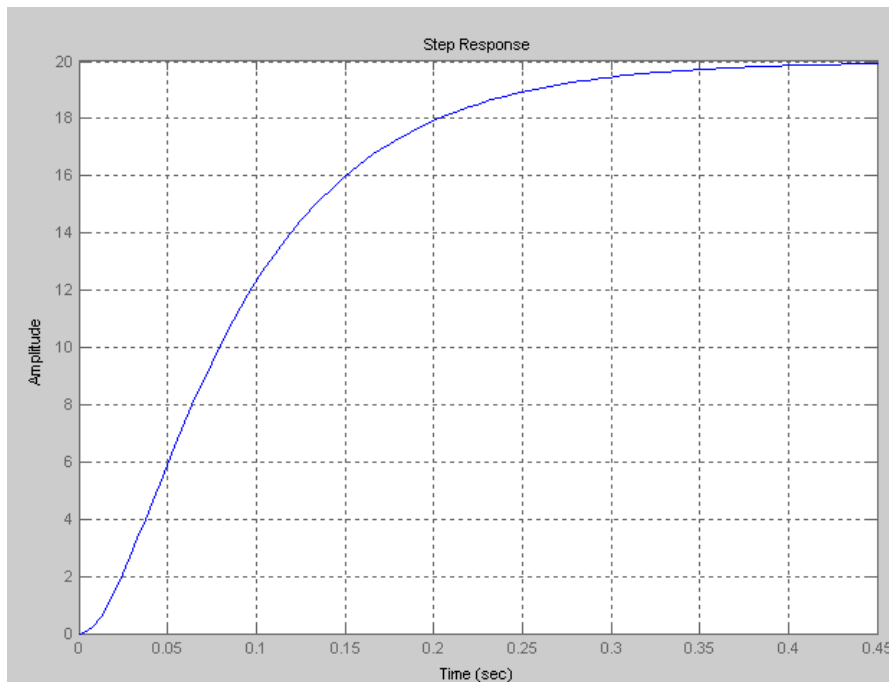


Рис. 1.4

Из графика видно, что с увеличением времени она изменяется плавно без колебаний и достигает установившегося значения выходной координаты $I_{\text{H}}^{\text{уст}} = 20$ А через время $t = 0,45$ с.

Программа для построения импульсной переходной характеристики приведена ниже:

```
num=[20];  
den=[1.8e-6 0.00189 0.1 1];  
sys=tf(num, den);  
impulse (sys)
```

Здесь оператор **impulse** – воздействие в виде δ -функции. График импульсной переходной функции ЭМУ показан на рис. 1.5. Импульсная переходная характеристика достигает максимального значения выходной координаты $I_{\text{H}}^{\text{max}} = 156$ А через время $t = 0,0412$ с. Установившееся значение выходной координаты ЭМУ на импульсной переходной характеристике стремится к нулю.

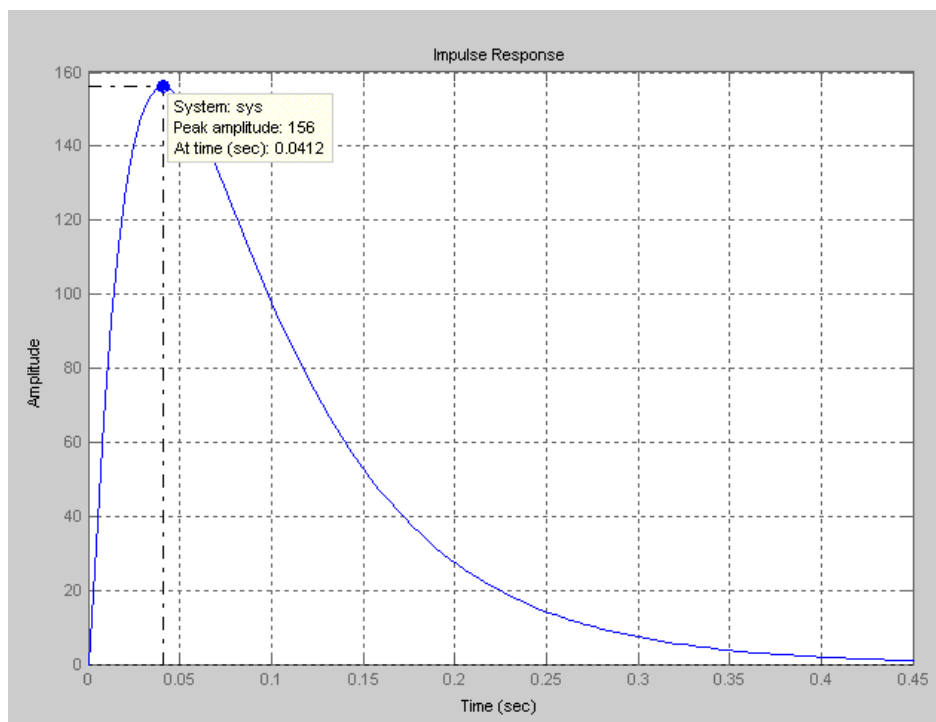


Рис. 1.5

Задание для самостоятельного выполнения

Решите приведенные выше примеры, используя в качестве исходных данных значения, указанные в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Вариант	T_B	T_{K3}	T_c	T_H	$K_{ЭМУ}$	Вариант	T_B	T_{K3}	T_c	T_H	$K_{ЭМУ}$
1	0,06	0,02	0,002	0,02	20	16	0,07	0,05	0,001	0,02	17
2	0,05	0,04	0,002	0,02	15	17	0,08	0,04	0,002	0,01	16
3	0,04	0,02	0,001	0,01	10	18	0,09	0,04	0,002	0,02	10
4	0,03	0,02	0,002	0,02	18	19	0,03	0,02	0,001	0,01	14
5	0,07	0,04	0,002	0,01	19	20	0,04	0,02	0,001	0,02	18
6	0,08	0,05	0,001	0,02	16	21	0,06	0,03	0,001	0,02	20
7	0,09	0,06	0,003	0,02	17	22	0,09	0,03	0,002	0,02	17
8	0,06	0,02	0,001	0,02	10	23	0,04	0,03	0,001	0,01	10
9	0,05	0,02	0,002	0,02	12	24	0,05	0,02	0,001	0,02	12
10	0,07	0,02	0,001	0,01	13	25	0,07	0,03	0,001	0,01	13
11	0,08	0,04	0,002	0,01	14	26	0,08	0,05	0,002	0,01	14
12	0,09	0,05	0,001	0,02	11	27	0,09	0,04	0,001	0,02	11
13	0,04	0,01	0,001	0,01	20	28	0,04	0,01	0,002	0,02	20
14	0,05	0,03	0,001	0,02	18	29	0,05	0,04	0,001	0,02	18
15	0,06	0,04	0,002	0,02	15	30	0,06	0,04	0,002	0,01	15

Контрольные вопросы

1. Перечислите формы представления математических моделей элементов САУ.
2. Поясните, как определить порядок дифференциального уравнения элемента САУ.
3. Каковы основные отличия стандартной формы представления дифференциального уравнения от общей формы?
4. Раскройте физический смысл коэффициентов в стандартной форме представления дифференциального уравнения.
5. Каков порядок представления дифференциального уравнения в операторной форме?
6. Дайте определение передаточной функции в форме изображений Лапласа для системы автоматического управления.
7. Каков порядок ввода коэффициентов полиномов числителя и знаменателя передаточной функции в **Command Window** системы MatLab?
8. Поясните назначение операторов **step** и **impulse**, используемых в системе MatLab.
9. Дайте определение переходной характеристики САУ.

Практическое занятие № 2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Цель занятия: построение АФЧХ и ЛЧХ САУ в системе MatLab.

Краткие теоретические сведения

Частотные передаточные функции элементов и систем широко применяются в инженерной практике. С их помощью исследуются динамические свойства элементов и систем по частотным характеристикам при отработке гармонического воздействия на различных частотах. Переход к этой форме представления осуществляется подстановкой $s = j\omega$ в выражение (1.7):

$$W(j\omega) = \frac{B(j\omega)}{D(j\omega)} = \frac{b_m(j\omega)^m + b_{m-1}(j\omega)^{m-1} + \dots + b_1 j\omega + b_0}{d_n(j\omega)^n + d_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + d_1 j\omega + d_0} = \frac{U_{\text{ВЫХ}}(j\omega)}{U_{\text{ВХ}}(j\omega)}. \quad (2.1)$$

Функцию вида (2.1) называют комплексной частотной характеристикой, амплитудно-фазовой частотной характеристикой или комплексным коэффициентом усиления. По определению ее представляют как отношение частотных полиномов, но возможны и другие формы записи.

Обратим внимание на то, что частотный полином $B(j\omega)$ в развернутом виде:

$$B(j\omega) = b_m(j\omega)^m + b_{m-1}(j\omega)^{m-1} + \dots + b_1 j\omega + b_0$$

представляет собой сумму действительной и мнимой частей:

$$B(j\omega) = B_1(\omega) + jB_2(\omega).$$

Так получается потому, что $j = \sqrt{-1}$ в четной степени будет равен либо «-1», либо «+1».

Частотный полином $D(j\omega)$ в развернутом виде имеет ту же структуру:

$$D(j\omega) = D_1(\omega) + jD_2(\omega).$$

Таким образом, комплексная частотная характеристика есть отношение двух комплексных чисел:

$$W(j\omega) = \frac{B_1(\omega) + jB_2(\omega)}{D_1(\omega) + jD_2(\omega)}.$$

Умножение числителя и знаменателя на число, сопряженное знаменателю, позволяет выделить действительную и мнимую части:

$$W(j\omega) = \frac{B_1(\omega)D_1(\omega) + B_2(\omega)D_2(\omega)}{D_1^2(\omega) + D_2^2(\omega)} + j \frac{B_2(\omega)D_1(\omega) - jB_1(\omega)D_2(\omega)}{D_1^2(\omega) + D_2^2(\omega)}.$$

Поскольку полученное выражение является комплексной функцией, его можно представить в алгебраической и показательной формах. Алгебраическая форма предполагает выделение вещественной $U(\omega) = \text{Re}W(j\omega)$ и мнимой $V(\omega) = \text{Im}W(j\omega)$ частей в виде:

$$W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega). \quad (2.2)$$

В показательной форме выражение (2.2) запишется как

$$W(j\omega) = H(\omega)e^{j\theta(\omega)}. \quad (2.3)$$

Величина $H(\omega)$ представляет собой модуль (длину) вектора $W(j\omega)$ на комплексной плоскости (рис. 2.1). Угол $\theta(\omega)$ является аргументом или фазой вектора $W(j\omega)$.

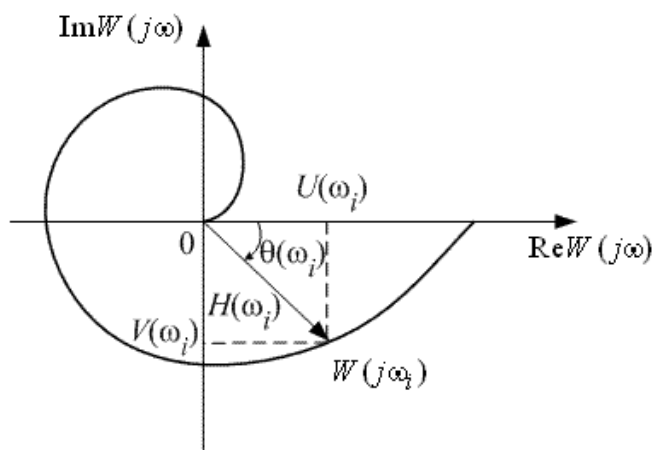


Рис. 2.1

При изменении частоты ω от 0 до ∞ вектор $W(j\omega)$ описывает кривую, которая является АФЧХ. Из рис. 2.1 видно, что прямоугольный треугольник с катетами $U(\omega_i)$ и $V(\omega_i)$ имеет гипотенузу $H(\omega_i)$, что позволяет сделать следующие записи:

$$H(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}; \quad (2.4)$$

$$\theta(\omega) = \text{arctg} \frac{V(\omega)}{U(\omega)}. \quad (2.5)$$

Кроме того, $H(\omega)$ называют амплитудно-частотной функцией, а соответствующий график – АЧХ. График фазо-частотной функции $\theta(\omega)$ называют ФЧХ.

В теории автоматического управления широкое практическое применение получили логарифмические частотные характеристики (ЛЧХ), показанные на рис. 2.2. Их также называют диаграммами Боде, в основе которых лежит логарифмическое соотношение:

$$L(\omega) = 20 \lg |W(j\omega)| = 20 \lg H(\omega), \quad (2.6)$$

которое называется логарифмической амплитудно-частотной функцией.

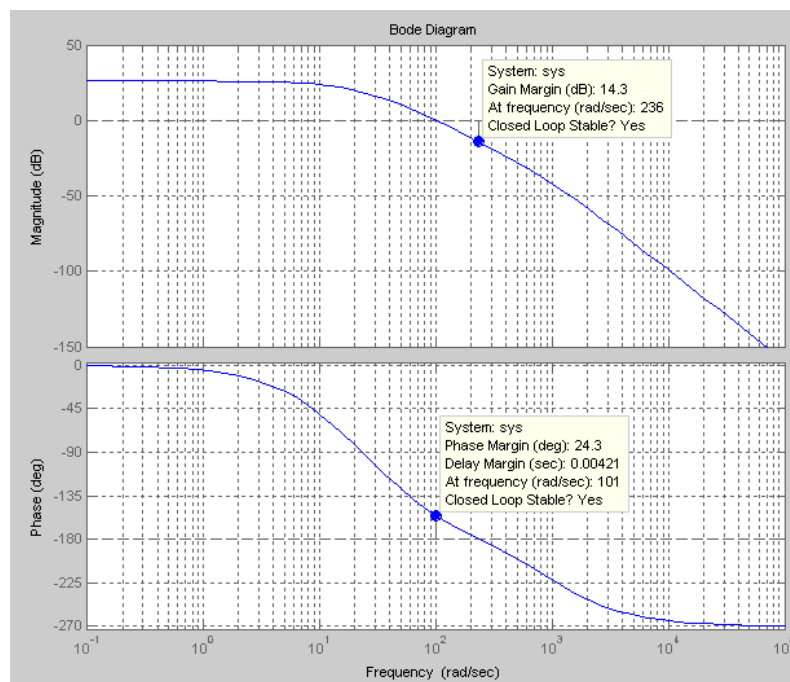


Рис. 2.2

График этой функции зависит от логарифма частоты $\lg\omega$ и называется ЛАЧХ. Величина $L(\omega)$ выражается в децибелах (дБ) и характеризует усиление входного сигнала элемента или системы по амплитуде при изменении частоты ω .

ФЧХ, построенная в логарифмическом масштабе (см. рис. 2.2), называется ЛФЧХ.

Пример решения задачи

Пример 2.1. Постройте АФЧХ и ЛЧХ ЭМУ поперечно-продольного поля в системе MatLab. Исходные данные для расчёта возьмите из примера 1.3.

Решение: Передаточная функция ЭМУ (см. пример 1.3)

$$W_{\text{ЭМУ}}(s) = \frac{I_H(s)}{U_Y(s)} = \frac{20}{1,8 \cdot 10^{-6} s^3 + 0,00189 s^2 + 0,1 s + 1}.$$

Для построения АФЧХ заданной передаточной функции в окне **Command Window** системы MatLab запишем соответствующую программу с применением оператора **nyquist**:

```
num=[20];  
den=[1.8e-6 0.00189 0.1 1];  
sys=tf(num, den);  
nyquist(sys)
```

Результат выполнения кода представлен на рис. 2.3.

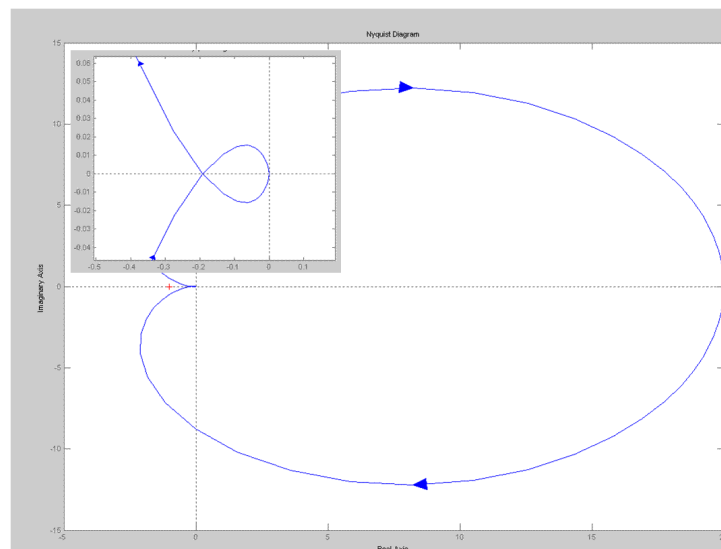


Рис. 2.3

АФЧХ состоит из двух одинаковых частей: верхняя часть соответствует изменению частоты от $-\infty$ до 0, нижняя часть – от 0 до ∞ . На практике ограничиваются рассмотрением нижней части, которая начинается на вещественной положительной полуоси в точке $\omega = 0$ ($K_{ЭМУ} = 20$), последовательно обходит по часовой стрелке IV, III и II квадранты. В верхней части (рис. 2.3) показан увеличенный фрагмент АФЧХ, из которого видно, что при $\omega = \infty$ фаза $\theta(\infty) = -270^\circ$, а модуль $H(\infty) = 0$.

Переходим к построению ЛЧХ. В этом случае составим программу с применением оператора **bode**:

```
num=[20];
den=[1.8e-6 0.00189 0.1 1];
sys=tf(num, den);
bode(sys)
```

На рис. 2.4 изображены графики ЛАЧХ (**Magnitude**) и ЛФЧХ (**Phase**). Отмеченные точки имеют важное значение при анализе устойчивости и качества САУ. Точка 1 соответствует частоте, на которой происходит пересечение ЛАЧХ и линии 0 дБ, называемой частотой среза ω_c ; точка 2 – частоте, которая обозначается ω_π и соответствует пересечению ЛФЧХ со значением фазы, равной -180° .

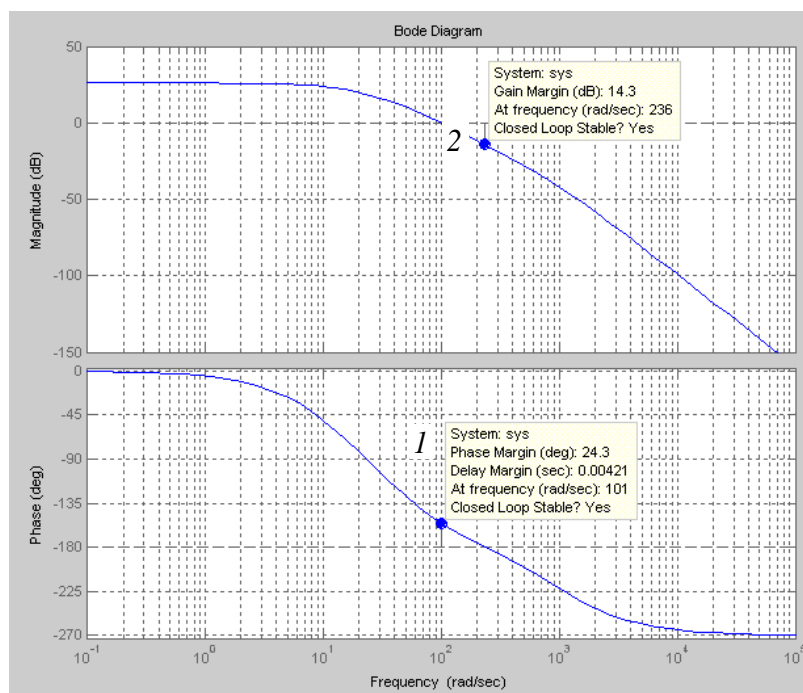


Рис. 2.4

Задание для самостоятельного выполнения

Решите приведенный выше пример, используя в качестве исходных данных значения из табл. 1.1.

Контрольные вопросы

1. Поясните, как осуществляется переход к форме представления дифференциальных уравнений в виде частотных передаточных функций.
2. Расскажите об особенностях алгебраической и показательной форм представления частотных передаточных функций.
3. Запишите соотношение, лежащее в основе построения ЛЧХ.

Практическое занятие № 3

БЕЗЫНЕРЦИОННОЕ, ИНТЕГРИРУЮЩЕЕ И ДИФФЕРЕНЦИРУЮЩЕЕ ЗВЕНЬЯ

Цель занятия: получение временных и частотных характеристик безынерционного, интегрирующего и дифференцирующего звеньев.

Краткие теоретические сведения

Любая САУ состоит из элементов, различных по своему назначению, физической природе, принципу действия и конструкции. Однако из этих элементов можно выделить так называемые типовые, которые описываются одинаковыми математическими моделями (уравнениями, передаточными функциями, частотными характеристиками и т. д.). Это позволяет ввести понятие «типовое динамическое звено», которое широко применяется в теории автоматического управления. Типовые звенья имеют один вход и один выход.

Все конструктивное разнообразие САУ можно представить небольшим числом типовых звеньев или их комбинаций.

К типовым динамическим звеньям относятся:

- безынерционное (пропорциональное) звено;
- интегрирующее звено;
- апериодическое звено 1-ого порядка (инерционное звено);
- колебательное звено;
- апериодическое звено 2-го порядка;
- консервативное звено;
- дифференцирующее звено;
- форсирующие звенья 1-го и 2-го порядков;
- звено запаздывания.

Безынерционное звено и звено запаздывания описываются алгебраическими уравнениями.

Интегрирующее, инерционное и дифференцирующее звенья, а также форсирующее звено 1-го порядка описываются дифференциальным уравнением первого порядка.

Колебательное и консервативное звенья, апериодическое звено 2-го порядка и форсирующее звено 2-го порядка описываются дифференциальным уравнением 2-го порядка.

Кроме перечисленных звеньев, относящихся к минимально-фазовым, отдельно следует выделить неминимально-фазовые звенья. Для пояснения этого термина используется передаточная функция элемента системы, записанная в виде (1.7), где числитель

$$B(s) = b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots b_1 s + b_0,$$

а знаменатель

$$D(s) = d_n s^n + d_{n-1} s^{n-1} + \dots d_1 s + d_0.$$

Корни числителя определяются из уравнения

$$B(s) = 0$$

и называются нулями передаточной функции.

Корни знаменателя – из уравнения

$$D(s) = 0$$

и называются полюсами передаточной функции.

Если хотя бы один нуль или полюс передаточной функции имеет положительную вещественную часть, то соответствующее динамическое звено является неминимально-фазовым. Данный термин также означает, что фазовые частотные характеристики таких звеньев имеют большие фазовые сдвиги по сравнению с типовыми (минимально-фазовыми) динамическими звеньями.

Примеры решения задач

Пример 3.1. Постройте логарифмические частотные характеристики и переходную характеристику безынерционного звена. Примите следующие значения коэффициента передачи: $K_1 = 0,1$ и $K_2 = 10$.

Решение: Для построения ЛЧХ в системе MatLab составим следующую программу:

```
num1=[0.1];  
den1=[1];
```

```

sys1=tf(num1, den1);
num2=[10];
den2=[1];
sys2=tf(num2, den2);
bode(sys1, sys2)

```

Результаты моделирования представлены на рис. 3.1.

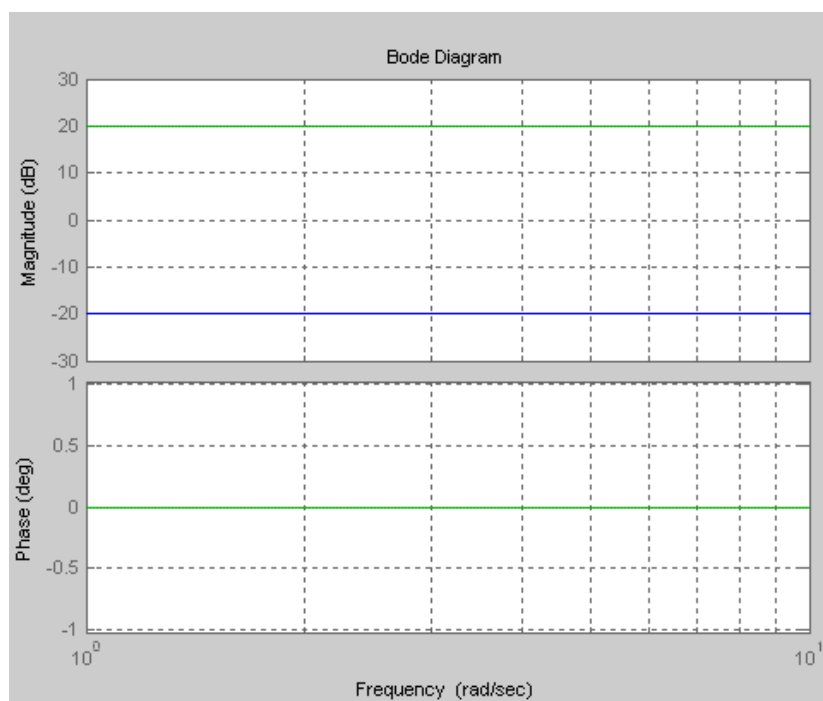


Рис. 3.1

ЛАЧХ, соответствующая коэффициенту передачи $K_1 = 0,1$, совпадает с линией -20 дБ, а при $K_2 = 10$ – с линией 20 дБ. Заметим, что при $K = 1$ ЛАЧХ будет совпадать с линией 0 дБ. Из анализа приведённых графиков можно сделать вывод о том, что при расположении ЛАЧХ выше линии 0 дБ осуществляется усиление входного сигнала. В противном случае входной сигнал ослабляется. При $L(\omega) = 0$ дБ ($K = 1$) амплитуда входного сигнала не изменяется.

ЛФЧХ (**Phase**) безынерционного звена совпадают с линией 0° , т. е. безынерционное звено не вносит фазового сдвига.

Для построения переходной характеристики составим программу, аналогичную приведённой выше, где оператор **bode** заменим оператором **step**.

Результаты моделирования представлены на рис. 3.2.

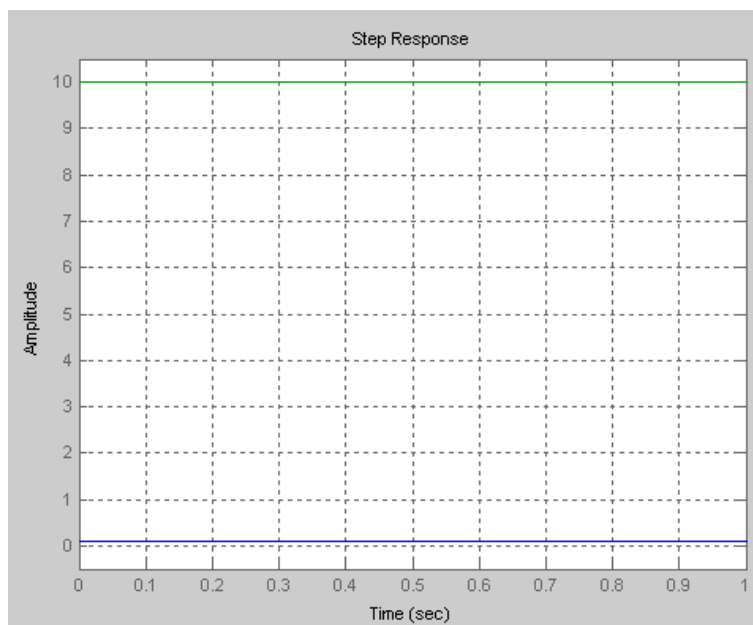


Рис. 3.2

Из рисунка видно, что во всём временном диапазоне при $K_2 = 10$ происходит усиление входного сигнала в 10 раз, а при $K_1 = 0,1$ – ослабление входного сигнала в 10 раз.

Пример 3.2. По электрической схеме интегратора, выполненного на операционном усилителе (рис. 3.3), определите передаточную функцию, частотные и временные характеристики. Исходные данные для расчета: сопротивление $R = 200$ кОм, емкость конденсатора цепи обратной связи $C = 1$ мкФ.

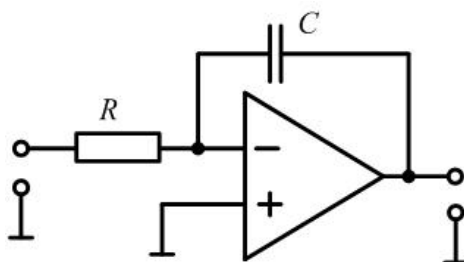


Рис. 3.3

Решение: Поскольку сопротивление R подключено к инвертирующему входу операционного усилителя, то передаточную функцию схемы определим в виде отношения операторного сопротивления цепи обратной связи $Z_{OC}(s)$ к входному операторному сопротивлению $Z_{BX}(s)$ со знаком «минус»:

$$W(s) = -\frac{Z_{OC}(s)}{Z_{BX}(s)} = \frac{1/Cs}{R} = \frac{1}{RCs} = \frac{1}{Ts} = \frac{K}{s}, \quad (3.1)$$

где $T = 1/K = RC = 200 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-6} = 0,2$ с.

Составим программу для построения АФЧХ:

```
num=[5];
den=[1 0];
sys=tf(num, den);
nyquist(sys)
```

Результат выполнения кода представлен на рис. 3.4.

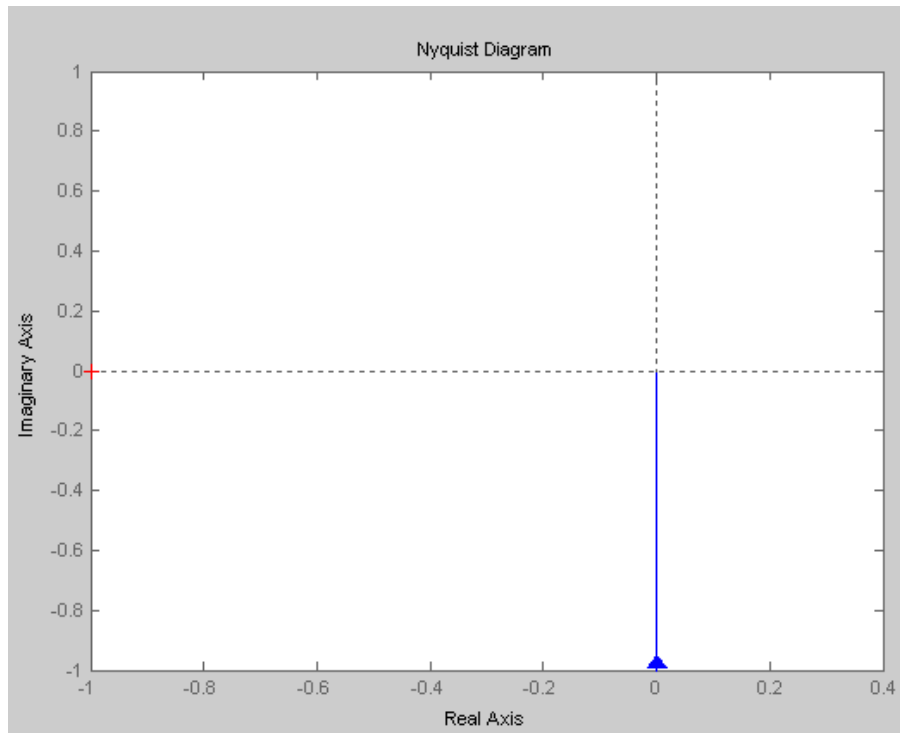


Рис. 3.4

При изменении частоты ω от 0 до ∞ АЧХ $H(\omega)$ соответствует функции K/ω и изменяется от $-\infty$ до 0. ФЧХ имеет значение -90° , и поэтому вектор $W(j\omega)$ перемещается вдоль отрицательной мнимой полуоси от $-\infty$ к началу координат.

На рис. 3.5 изображены ЛЧХ интегрирующего звена на операционном усилителе, построенные с применением следующей программы:

```

num=[5];
den=[1 0];
sys=tf(num, den);
bode(sys)

```

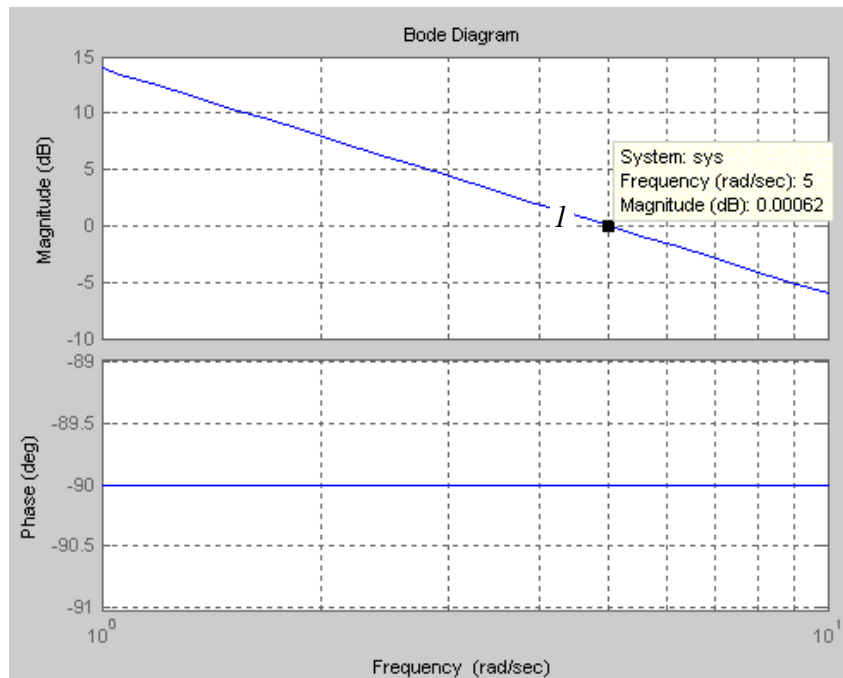


Рис. 3.5

Как видно из рис. 3.5, ЛАЧХ (**Magnitude**) представляет собой прямую, проходящую под наклоном -20 дБ/дек. Наклон ЛАЧХ определяется как изменение амплитуды, измеренной в децибелах, при десятикратном увеличении частоты, т. е. на декаду. Значение частоты среза рассчитывается с помощью выражения $20\lg(K/\omega)=0$, откуда $K/\omega=10^0=1$. Таким образом, частота среза $\omega_c = K = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,2} = 5 \text{ с}^{-1}$ (точка *I*).

ЛФЧХ (**Phase**) интегрирующего звена совпадают с линией -90° , т. е. звено вносит фазовый сдвиг -90° .

На рис. 3.6 изображена переходная характеристика, полученная посредством программы:

```

num=[5];
den=[1 0];
sys=tf(num, den);
step(sys)

```

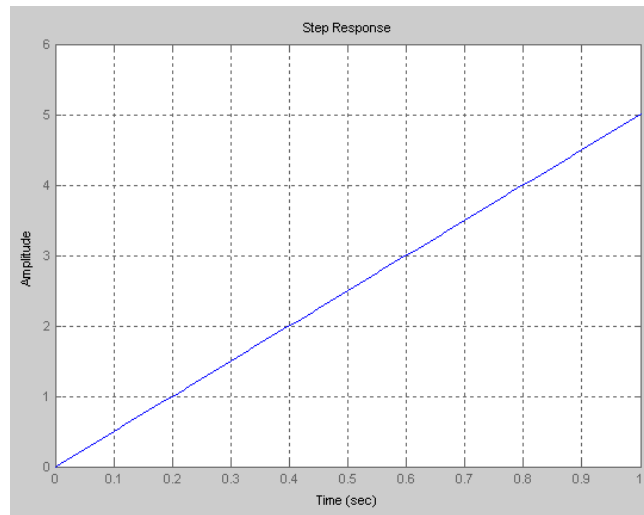


Рис. 3.6

Как видно из рисунка, переходная характеристика изменяется по линейному закону и нарастает с увеличением времени. Наклон графика прямо пропорционален коэффициенту передачи интегрирующего звена K .

Программа для построения импульсной переходной характеристики имеет вид:

```
num=[5];
den=[1 0];
sys=tf(num, den);
impulse(sys)
```

Результат выполнения программы показан на рис. 3.7.

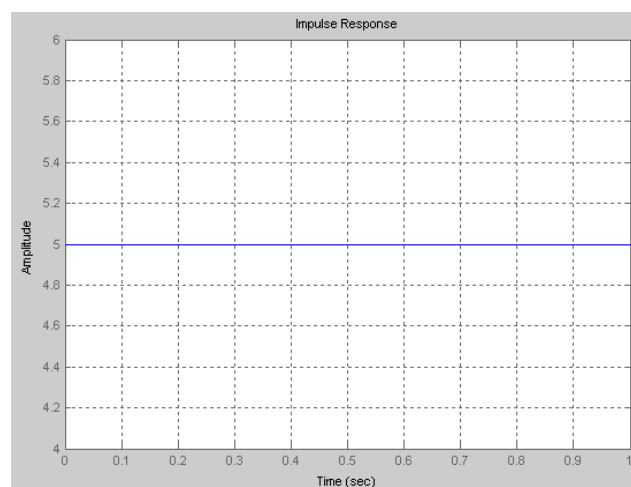


Рис. 3.7

Видно, что график переходной характеристики – прямая линия, которая проходит параллельно оси абсцисс на уровне K .

Пример 3.3. Получите передаточную функцию и постройте частотные характеристики тахогенератора (ТГ) постоянного тока. Примите коэффициент передачи тахогенератора $K_{\text{ТГ}} = 0,5$ (В·с)/рад.

Решение: В тахогенераторе постоянного тока при неизменном потоке возбуждения ЭДС якоря пропорциональна скорости вращения:

$$e = K_{\text{ТГ}}\Omega, \quad (3.2)$$

где $K_{\text{ТГ}}$ – коэффициент передачи тахогенератора.

Поскольку $\Omega = \frac{d\alpha}{dt}$, то $e = K_{\text{ТГ}} \frac{d\alpha}{dt}$.

Передаточная функция тахогенератора

$$W(s) = \frac{E(s)}{\alpha(s)} = K_{\text{ТГ}}s. \quad (3.3)$$

Составим программу для построения АФЧХ:

```
num=[0.5 0];  
den=[1];  
sys=tf(num, den);  
nyquist(sys)
```

На рис. 3.8 показан график АФЧХ, из которого видно, что при изменении частоты от нуля до бесконечности вектор $W(j\omega)$ перемещается вдоль мнимой положительной полуоси из начала координат в бесконечность.

ЛЧХ тахогенератора постоянного тока (рис. 3.9) строим с помощью следующей программы:

```
num=[0.5 0];  
den=[1];  
sys=tf(num, den);  
bode(sys)
```

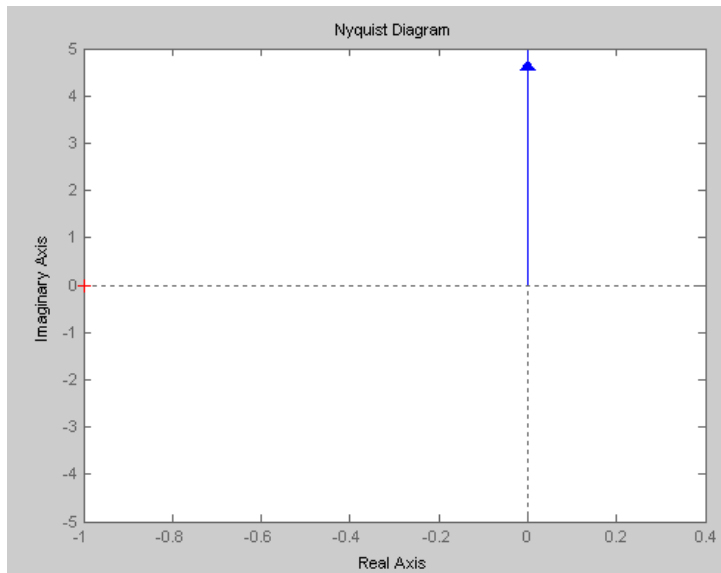


Рис. 3.8

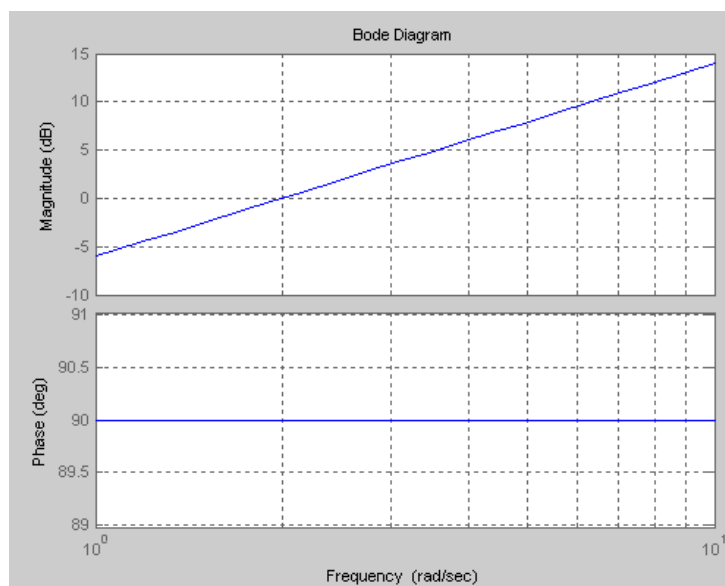


Рис. 3.9

Из рис. 3.9 видно, что ЛАЧХ $H(\omega)$ имеет наклон 20 дБ/дек, а ЛФЧХ $\theta(\omega)$ проходит параллельно оси частот, при этом значение фазы составляет 90° .

Задание для самостоятельного выполнения

Решите приведенные выше примеры, используя в качестве исходных данных значения, указанные в табл. 3.1–3.3, соответственно.

Таблица 3.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
K	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0	1	2	3	4	5
Вариант	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
K	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Таблица 3.2

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R , кОм	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
C , мкФ	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Вариант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
R , кОм	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
C , мкФ	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
Вариант	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
R , кОм	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C , мкФ	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3

Таблица 3.3

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$K_{ТГ}$, (В·с)/рад	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
Вариант	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$K_{ТГ}$, (В·с)/рад	1,6	1,7	1,8	1,9	2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3

Контрольные вопросы

1. Назовите особенности передаточной функции безынерционного звена.
2. Перечислите особенности переходной характеристики безынерционного звена.
3. Укажите особенности передаточной функции интегрирующего звена.
4. Запишите выражение, связывающее коэффициент передачи и постоянную времени интегрирующего звена.
5. Перечислите особенности переходной характеристики интегрирующего звена.
6. Назовите особенности передаточной функции идеального дифференцирующего звена.

Практическое занятие № 4

ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Цель занятия: определение передаточных функций разомкнутых и замкнутых САУ.

Краткие теоретические сведения

Известно, что любую САУ можно представить в виде совокупности динамических звеньев, соединенных между собой определённым образом. Для проведения анализа и синтеза САУ с обратной связью необходимо знать различные передаточные функции. На рис. 4.1 приведена типовая ССДМ САУ. Прямая цепь до места приложения возмущающего воздействия $F(s)$ представлена совокупностью передаточных функций $W_I(s)$, а после места приложения возмущающего воздействия $F(s)$ – совокупностью передаточных функций $W_{II}(s)$. Возмущающее воздействие $F(s)$ приложено через передаточную функцию $W_f(s)$. Главная обратная ОС образована с применением передаточной функции $W_{OC}(s)$.

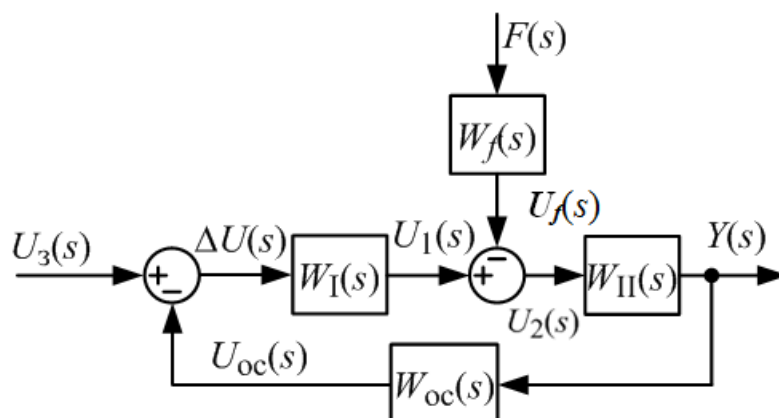


Рис. 4.1

В соответствии с представленной на рисунке ССДМ, определим:

1) передаточную функцию разомкнутой САУ:

$$W(s) = \frac{U_{OC}(s)}{\Delta U(s)}.$$

Данное выражение не содержит возмущающего воздействия $F(s)$, поэтому примем его равным нулю. С учётом этого:

$$U_1(s) = \Delta U(s)W_I(s);$$

$$Y(s) = U_1(s)W_{II}(s);$$

$$U_{OC}(s) = Y(s)W_{OC}(s).$$

Переменные $U_1(s)$ и $Y(s)$ являются промежуточными, исключим их из данной системы уравнений:

$$U_{OC}(s) = \Delta U(s)W_I(s)W_{II}(s)W_{OC}(s).$$

Отсюда искомая передаточная функция

$$W(s) = W_I(s)W_{II}(s)W_{OC}(s). \quad (4.1)$$

При отсутствии в цепи обратной связи передаточной функции ($W_{OC}(s)=1$) передаточная функция разомкнутой САУ упрощается и принимает вид:

$$W(s) = W_I(s)W_{II}(s); \quad (4.2)$$

2) передаточную функцию замкнутой САУ по выходной координате относительно задающего воздействия:

$$\Phi(s) = \frac{Y(s)}{U_3(s)}.$$

Запишем уравнение:

$$\Delta U(s) = U_3(s) - U_{OC}(s). \quad (4.3)$$

Поскольку

$$\Delta U(s) = \frac{U_{OC}(s)}{W(s)},$$

$$U_{OC}(s) = Y(s)W_{OC}(s),$$

уравнение (4.3) примет вид:

$$\frac{Y(s)W_{OC}(s)}{W(s)} = U_3(s) - Y(s)W_{OC}(s),$$

$$Y(s)[1 + W(s)]W_{OC}(s) = U_3(s)W(s).$$

Окончательно получим

$$\Phi(s) = \frac{W(s)}{[1 + W(s)]W_{OC}(s)}; \quad (4.4)$$

3) передаточную функцию замкнутой САУ по выходной координате относительно возмущающего воздействия:

$$\Phi^f(s) = Y(s)/F(s).$$

При выводе соответствующей передаточной функции положим, что $U_3(s) = 0$. Тогда

$$U_{OC}(s) = Y(s)W_{OC}(s); \quad (4.5)$$

$$Y(s) = [U_1(s) - U_f(s)]W_{II}(s); \quad (4.6)$$

$$U_1(s) = -U_{OC}(s)W_I(s); \quad (4.7)$$

$$U_f(s) = F(s)W_f(s). \quad (4.8)$$

Подстановка уравнения (4.5) в (4.7) даёт:

$$U_1(s) = -[Y(s)W_{OC}(s)]W_I(s).$$

С учётом полученного выражения уравнение (4.5) перепишем в виде:

$$Y(s) = \left\{ -[Y(s)W_{OC}(s)]W_I(s) - F(s)W_f(s) \right\} W_{II}(s). \quad (4.9)$$

Раскрывая скобки в правой части выражения (4.9) и приводя подобные слагаемые, получим:

$$\Phi^f(s) = -\frac{W_f(s)W_{II}(s)}{1+W(s)}; \quad (4.10)$$

4) передаточную функцию замкнутой САУ по ошибке (отклонению) относительно задающего воздействия:

$$\Phi_{\Delta u}(s) = \frac{\Delta U(s)}{U_3(s)}.$$

С учетом того, что

$$\Delta U(s) = U_3(s) - U_{OC}(s)$$

и при $F(s) = 0$:

$$Y(s) = U_1(s)W_{II}(s); \quad (4.11)$$

$$U_1(s) = \Delta U(s)W_I(s); \quad (4.12)$$

$$U_{OC}(s) = Y(s)W_{OC}(s), \quad (4.13)$$

из уравнений (4.11)–(4.13) имеем:

$$U_{OC}(s) = \Delta U(s)W_I(s)W_{II}(s)W_{OC}(s) = \Delta U(s)W(s).$$

Тогда

$$\Delta U(s) = U_3(s) - \Delta U(s)W(s)$$

и искомая передаточная функция примет вид:

$$\Phi_{\Delta u}(s) = \frac{1}{1+W(s)}; \quad (4.14)$$

5) передаточную функцию замкнутой САУ по ошибке (отклонению) относительно возмущающего воздействия:

$$\Phi_{\Delta u}^f(s) = \frac{\Delta U(s)}{F(s)}.$$

Полагая, что $U_3(s) = 0$, запишем:

$$\Phi_{\Delta u}^f(s) = -\frac{U_{OC}(s)}{F(s)} = -\frac{Y(s)W_{OC}(s)}{F(s)} = -\Phi^f(s)W_{OC}(s)..$$

Окончательно получим:

$$\Phi_{\Delta u}^f(s) = \frac{W_f(s)W_{\Pi}(s)W_{OC}(s)}{1+W(s)}. \quad (4.15)$$

Все эти передаточные функции относятся к системам с неединичной обратной связью, поскольку в цепи обратной связи находится передаточная функция $W_{OC}(s)$. При отсутствии в цепи обратной связи передаточной функции имеет место единичная обратная связь, и приведённые выше выражения упрощаются, так как $W_{OC}(s) = 1$.

Пример решения задачи

Пример 4.1. ССДМ ССЧСГ представлена на рис. 4.2. Запишите передаточные функции для разомкнутой и замкнутой системы.

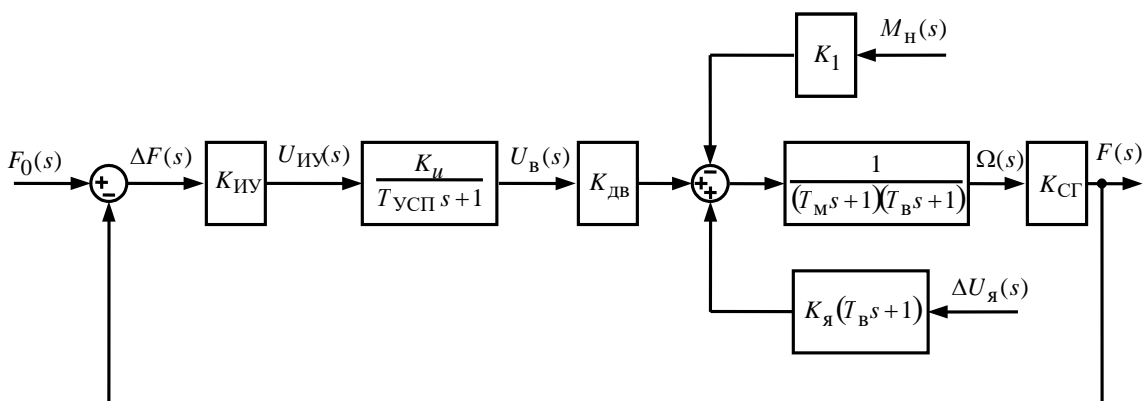


Рис. 4.2

Решение: Согласно схеме, представленной на рис. 4.1, задающим воздействием является номинальное значение частоты f_0 , выходной координатой – фактическая частота синхронного генератора $f_{сг}$,

а возмущающими воздействиями – отклонение напряжения на якоре $\Delta u_{\text{я}}$ и момент нагрузки $M_{\text{н}}$. Отклонение частоты от номинального значения $\Delta f = f_0 - f_{\text{СГ}}$ является ошибкой системы.

Из сравнения ССДМ ССЧСГ (рис. 4.2) с типовой ССДМ САУ (рис. 4.1) видно, что

$$W_{\text{I}}(s) = \frac{K_{\text{ИУ}}K_u K_{\text{ДВ}}}{(T_{\text{УСП}}s + 1)}; \quad W_{\text{II}}(s) = \frac{K_{\text{СГ}}}{(T_{\text{М}}s + 1)(T_{\text{В}}s + 1)};$$

$$W_{\text{М}}(s) = K_1; \quad W_u(s) = K_{\text{я}}(T_{\text{В}}s + 1); \quad W_{\text{ОС}}(s) = 1.$$

С учётом полученных выражений запишем передаточные функции ССЧСГ:

1) передаточная функция разомкнутой ССЧСГ в соответствии с (4.2):

$$W(s) = \frac{F(s)}{\Delta F(s)} = W_{\text{I}}(s)W_{\text{II}}(s) = \frac{K_{\text{ИУ}}K_u K_{\text{ДВ}}K_{\text{СГ}}}{(T_{\text{УСП}}s + 1)(T_{\text{М}}s + 1)(T_{\text{В}}s + 1)};$$

2) передаточная функция замкнутой ССЧСГ по выходной координате $F(s)$ относительно задающего воздействия $F_0(s)$ в соответствии с (4.4):

$$\Phi(s) = \frac{F(s)}{F_0(s)} = \frac{W(s)}{1 + W(s)} = \frac{K_{\text{ИУ}}K_u K_{\text{ДВ}}K_{\text{СГ}}}{(T_{\text{УСП}}s + 1)(T_{\text{М}}s + 1)(T_{\text{В}}s + 1) + K_{\text{ИУ}}K_u K_{\text{ДВ}}K_{\text{СГ}}};$$

3) передаточная функция замкнутой ССЧСГ по выходной координате $F(s)$ относительно возмущающего воздействия $M_{\text{н}}(s)$ в соответствии с (4.10):

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{М}}(s) &= \frac{F(s)}{M_{\text{н}}(s)} = -\frac{W_{\text{М}}(s)W_{\text{II}}(s)}{1 + W(s)} = \\ &= -\frac{K_1 K_{\text{ИУ}} / (T_{\text{М}}s + 1)(T_{\text{В}}s + 1)}{\frac{(T_{\text{УСП}}s + 1)(T_{\text{М}}s + 1)(T_{\text{В}}s + 1)}{(T_{\text{УСП}}s + 1)(T_{\text{М}}s + 1)(T_{\text{В}}s + 1)} + \frac{K_{\text{ИУ}}K_u K_{\text{ДВ}}K_{\text{СГ}}}{(T_{\text{УСП}}s + 1)(T_{\text{М}}s + 1)(T_{\text{В}}s + 1)}} = \\ &= -\frac{K_1 K_{\text{СГ}}(T_{\text{УСП}}s + 1)}{(T_{\text{УСП}}s + 1)(T_{\text{М}}s + 1)(T_{\text{В}}s + 1) + K_{\text{ИУ}}K_u K_{\text{ДВ}}K_{\text{СГ}}}; \end{aligned}$$

4) передаточная функция замкнутой ССЧСГ по ошибке $\Delta F(s)$ относительно задающего воздействия $F(s)$ в соответствии с (4.14):

$$\begin{aligned}\Phi_{\Delta f}(s) &= \frac{\Delta F(s)}{F_0(s)} = \frac{1}{1+W(s)} = \\ &= \frac{(T_{\text{УСП}}s+1)(T_{\text{М}}s+1)(T_{\text{В}}s+1)}{(T_{\text{УСП}}s+1)(T_{\text{М}}s+1)(T_{\text{В}}s+1) + K_{\text{ИУ}}K_u K_{\text{ДВ}}K_{\text{СГ}}};\end{aligned}$$

5) передаточная функция замкнутой ССЧСГ по ошибке $\Delta F(s)$ относительно возмущающего воздействия $M_{\text{Н}}(s)$ в соответствии с (4.15):

$$\begin{aligned}\Phi_{\Delta f}^M(s) &= \frac{\Delta F(s)}{M_{\text{Н}}(s)} = -\Phi^M(s) = \frac{W_M(s)W_{\text{П}}(s)W_{\text{ОС}}(s)}{1+W(s)} = \frac{W_M(s)W_{\text{П}}(s)}{1+W(s)} = \\ &= \frac{K_1 K_{\text{СГ}}(T_{\text{УСП}}s+1)}{(T_{\text{УСП}}s+1)(T_{\text{М}}s+1)(T_{\text{В}}s+1) + K_{\text{ИУ}}K_u K_{\text{ДВ}}K_{\text{СГ}}};\end{aligned}$$

6) передаточная функция замкнутой ССЧСГ по выходной координате $F(s)$ относительно возмущающего воздействия $\Delta U_{\text{я}}(s)$ в соответствии с (4.10):

$$\begin{aligned}\Phi_{\Delta u}(s) &= \frac{F(s)}{\Delta U_{\text{я}}(s)} = \frac{W_u(s)W_{\text{П}}(s)}{1+W(s)} = \\ &= \frac{K_{\text{я}}K_{\text{СГ}}(T_{\text{В}}s+1)/(T_{\text{М}}s+1)(T_{\text{В}}s+1)}{\frac{(T_{\text{УСП}}s+1)(T_{\text{М}}s+1)(T_{\text{В}}s+1)}{(T_{\text{УСП}}s+1)(T_{\text{М}}s+1)(T_{\text{В}}s+1)} + \frac{K_{\text{ИУ}}K_u K_{\text{ДВ}}K_{\text{СГ}}}{(T_{\text{УСП}}s+1)(T_{\text{М}}s+1)(T_{\text{В}}s+1)}} = \\ &= \frac{K_{\text{я}}K_{\text{СГ}}(T_{\text{УСП}}s+1)(T_{\text{В}}s+1)}{(T_{\text{УСП}}s+1)(T_{\text{М}}s+1)(T_{\text{В}}s+1) + K_{\text{ИУ}}K_u K_{\text{ДВ}}K_{\text{СГ}}};\end{aligned}$$

7) передаточная функция замкнутой ССЧСГ по ошибке $\Delta F(s)$ относительно возмущающего воздействия $\Delta U_{\text{я}}(s)$ в соответствии с (4.15):

$$\Phi_{\Delta f}^{\Delta u}(s) = \frac{\Delta F(s)}{\Delta U_{\text{я}}(s)} = -\frac{F(s)}{\Delta U_{\text{я}}(s)} = -\frac{W_u(s)W_{\text{П}}(s)}{1+W(s)} = -\Phi_{\Delta u}(s).$$

Задание для самостоятельного выполнения

ССДМ скоростного следящего электропривода постоянного тока представлена на рис. 4.3.

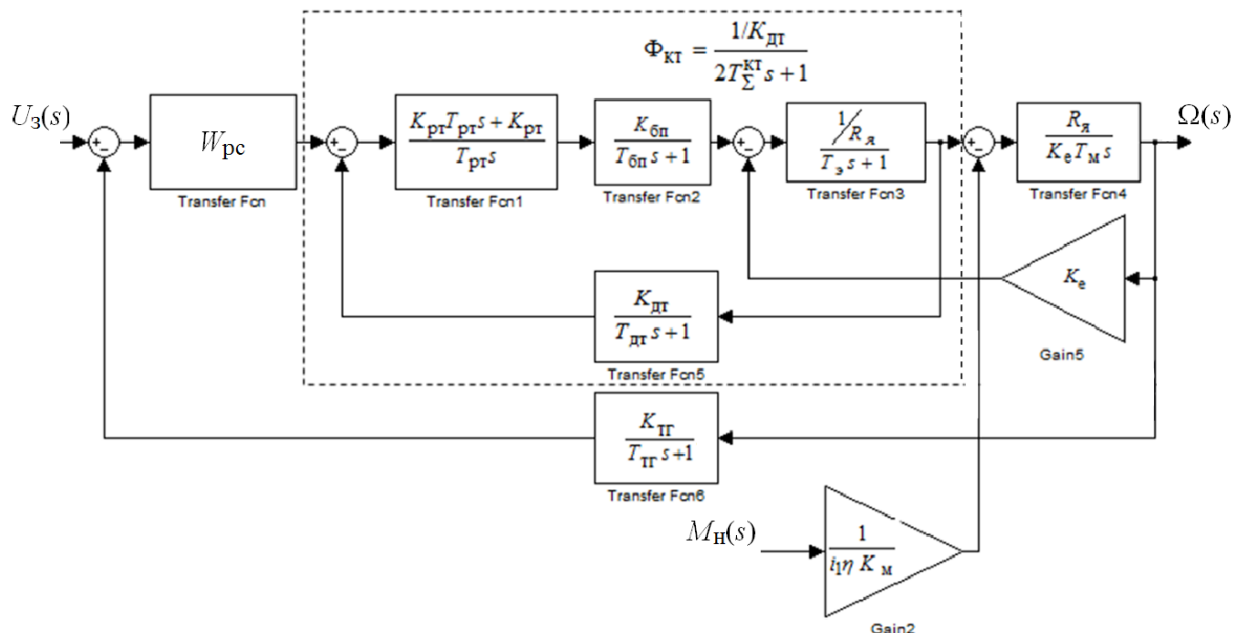


Рис. 4.3

Запишите передаточные функции для разомкнутой и замкнутой системы с учетом следующих замечаний:

1) контур тока (выделен пунктиром на рис.4.3) настроен на оптимум по модулю и имеет передаточную функцию

$$\Phi_{КТ}(s) \approx \frac{1/K_{ДТ}}{2T_{\Sigma}^{КТ}s + 1};$$

2) внутренней обратной связью, образованной коэффициентом противо-ЭДС K_e можно пренебречь.

Контрольные вопросы

1. Какие передаточные функции на ССДМ САУ, представленной на рис. 4.1, обозначают $W_I(s)$, $W_{II}(s)$ и $W_f(s)$?
2. Запишите выражение для передаточной функции:
 - а) разомкнутой САУ;
 - б) замкнутой САУ по выходной координате относительно задающего и возмущающего воздействий.

Практическое занятие № 5

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ И ЧАСТОТНЫЕ КРИТЕРИИ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Цель занятия: оценка устойчивости САУ с помощью критериев Рауса – Гурвица и Найквиста.

Краткие теоретические сведения

Любая САУ должна адекватно функционировать при действии различных возмущающих воздействий. Данное свойство САУ связано с таким фундаментальным понятием, как устойчивость.

Система, которая после завершения переходного процесса приходит к состоянию установившегося равновесия, называется устойчивой. В устойчивой системе регулируемая величина со временем стремится к постоянному значению.

Система называется неустойчивой, если после устранения воздействия она удаляется от состояния равновесия или совершает недопустимо большие колебания. В неустойчивой системе регулируемая величина со временем возрастает.

Если заранее выяснить, будет ли регулируемая величина неограниченно возрастать после воздействия, можно получить ответ на вопрос об устойчивости системы.

Динамические свойства линейных стационарных САУ описываются с помощью аппарата передаточных функций. Рассматривая передаточные функции (4.3), (4.10), (4.14) и (4.15) замкнутой САУ, полученные по ССДМ рис. 4.1, нетрудно заметить, что все они имеют одинаковый знаменатель $1 + W(s)$, который называется характеристическим многочленом.

Уравнение

$$1 + W(s) = 0$$

называется характеристическим уравнением. Корни этого уравнения s_1, s_2, \dots, s_n влияют на характер переходного процесса.

Если предположить, что передаточная функция разомкнутой САУ

$$W(s) = \frac{B(s)}{D(s)},$$

то характеристическое уравнение

$$1 + W(s) = 1 + \frac{B(s)}{D(s)} = 0$$

можно переписать в виде:

$$B(s) + D(s) = A(s) = 0.$$

Передаточная функция замкнутой системы с неединичной обратной связью

$$\Phi(s) = \frac{Y(s)}{U_3(s)} = \frac{W(s)}{[1 + W(s)]W_{OC}(s)} = \frac{W_I(s)W_{II}(s)D(s)}{B(s) + D(s)} = \frac{W_I(s)W_{II}(s)D(s)}{A(s)},$$

т. е.

$$A(s)Y(s) = W_I(s)W_{II}(s)D(s)U_3(s).$$

Отсюда видно, что характеристический многочлен $A(s)$ располагается в левой части уравнения, следовательно, на характер переходного процесса влияет результат решения однородного дифференциального уравнения

$$\left(a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 \right) y_{II}(t) = 0,$$

где $y_{II}(t)$ – переходная (свободная) составляющая решения.

Из теории дифференциальных уравнений известно, что при отсутствии кратных корней решение однородного дифференциального уравнения имеет вид:

$$y_{II}(t) = \sum_{i=1}^n C_i e^{s_i t}, \quad (5.1)$$

где s_i – корни характеристического уравнения; C_i – постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий.

Согласно определению устойчивости, система является устойчивой, если с течением времени переходная составляющая решения $y_{II}(t)$ будет стремиться к нулю или более строго:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_{\Pi}(t) = 0. \quad (5.2)$$

Очевидно, что условие (5.2) будет зависеть от степени $e^{s_i t}$ в выражении (5.1), т. е. от корней характеристического уравнения s_1, s_2, \dots, s_n .

Рассмотрим наиболее общий случай – наличие пары комплексно-сопряжённых корней

$$s_{i,i+1} = \alpha_i \pm j\omega_i.$$

Тогда соответствующие слагаемые на основании (5.1) примут вид:

$$y_{\Pi}(t) = C_i e^{(\alpha_i + j\omega_i)t} + C_{i+1} e^{(\alpha_i - j\omega_i)t} = C_i e^{\alpha_i t} e^{j\omega_i t} + C_{i+1} e^{\alpha_i t} e^{-j\omega_i t}.$$

Поскольку соответствующие степени решения, согласно формуле Эйлера

$$e^{\pm j\omega t} = \cos \omega t \pm j \sin \omega t,$$

являются гармоническими составляющими, то затухание переходного процесса будет зависеть от степени $e^{\alpha_i t}$. Это возможно, если вещественная часть корня характеристического уравнения будет меньше нуля, т. е. $\alpha_i < 0$.

В случае если $\alpha_i > 0$, то амплитуда колебаний переходного процесса будет неограниченно возрастать, а при $\alpha_i = 0$ будут иметь место незатухающие колебания.

Здесь уместно рассмотреть комплексную s -плоскость для замкнутой САУ (рис. 5.1).

Из рис. 5.1 видно, что если корни имеют отрицательные вещественные части, т. е. находятся в левой полуплоскости («левые» корни), то САУ является устойчивой и переходный процесс затухает.

Если имеют место корни с положительной вещественной частью («правые» корни), то САУ является неустойчивой и переходный процесс имеет расходящийся характер.

При $\alpha_i = 0$ корни являются чисто мнимыми и располагаются на мнимой оси, и замкнутая САУ находится на колебательной границе устойчивости, а переходный процесс носит незатухающий характер.

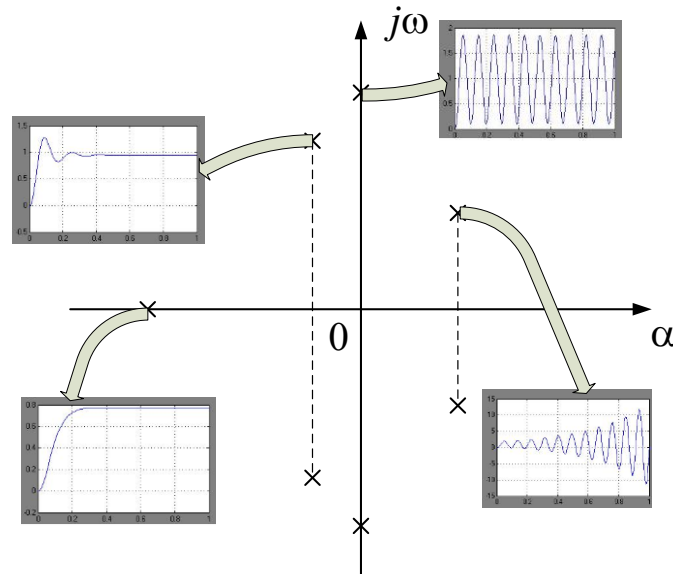


Рис. 5.1

Общее решение дифференциального уравнения САУ

$$y(t) = y_{\text{п}}(t) + y_{\text{уст}}(t),$$

где $y_{\text{уст}}(t)$ – установившаяся (вынужденная) составляющая, определяемая как частное решение неоднородного уравнения.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = y_{\text{уст}}(t).$$

Из этого следует, что для определения устойчивости линейной стационарной САУ необходимо определить корни характеристического уравнения.

В теории автоматического управления разработаны так называемые критерии устойчивости, позволяющие оценить устойчивость САУ без определения корней характеристического уравнения с помощью косвенных показателей.

К этим критериям относятся критерии Рауса – Гурвица, Найквиста и др. С их помощью можно не только оценить устойчивость САУ, но и определить условия обеспечения устойчивости.

Критерий Рауса – Гурвица. Данный критерий является алгебраическим и позволяет определить устойчивость САУ по коэффициентам характеристического уравнения:

$$A(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 = 0.$$

Для анализа устойчивости необходимо составить определитель Гурвица n -го порядка:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_n & 0 & \dots & 0 \\ a_{n-3} & a_{n-2} & a_{n-1} & \dots & 0 \\ a_{n-5} & a_{n-4} & a_{n-3} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_0 \end{vmatrix}.$$

Для устойчивости САУ необходимо и достаточно, чтобы определитель Гурвица Δ_n и все его диагональные миноры при $a_n > 0$ были положительными:

$$\Delta_1 = a_{n-1}; \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_n \\ a_{n-3} & a_{n-2} \end{vmatrix} \text{ и т. д.}$$

Поскольку нижняя строка определителя Гурвица состоит из нулей и коэффициента a_0 , то

$$\Delta_n = \Delta_{n-1} a_0.$$

Гурвиц показал, что при

$$\Delta_n = 0 \tag{5.3}$$

САУ будет находиться на границе устойчивости.

Для замкнутой САУ $a_0 \neq 0$, поэтому условие (5.3) переписывается:

$$\Delta_{n-1} = 0$$

и будет соответствовать наличию пары чисто мнимых корней характеристического уравнения. Это в свою очередь означает нахождение замкнутой САУ на колебательной границе устойчивости.

Критерий устойчивости Найквиста. В инженерной практике широкое распространение получили частотные критерии устойчивости. Рассмотрим критерий устойчивости Найквиста, который является графоаналитическим и позволяет судить об устойчивости замкнутой САУ по АФЧХ или ЛЧХ разомкнутой. Дадим формулировку данного критерия без доказательства применительно к минимально-фазовым (отсутствуют нули или полюса передаточной функции с положительной вещественной частью) и неминимально-фазовым (если хотя бы один нуль или полюс передаточной функции имеет положительную вещественную часть) системам.

Для устойчивости замкнутой линейной стационарной минимально-фазовой системы необходимо и достаточно, чтобы АФЧХ разомкнутой системы (рис. 5.2) не охватывала точку с координатами $(-1; j0)$.

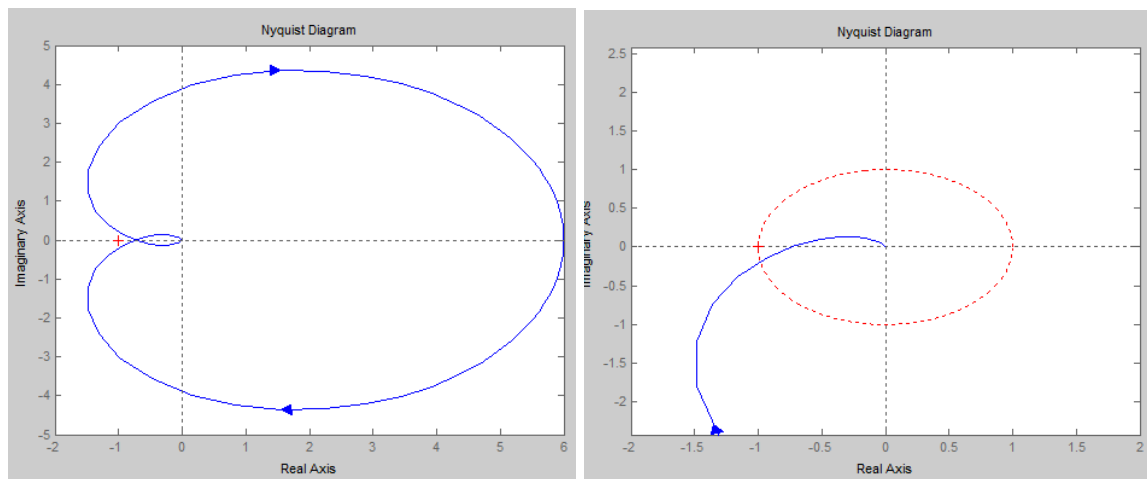


Рис. 5.2

В теории автоматического регулирования выделяют два показателя: запасы устойчивости по фазе θ_3 и амплитуде (модулю) H_3 .

Запас устойчивости по фазе θ_3 определяется на частоте среза ω_c , которая соответствует точке пересечения АФЧХ с окружностью единичного радиуса. Запас устойчивости больше нуля и вычисляется по формуле:

$$\theta_3 = 180^\circ - |\theta(\omega_c)|.$$

Запас устойчивости по амплитуде H_3 определяется на отрицательной вещественной полуоси:

$$H_3 = \frac{1}{H(\omega_\pi)},$$

где $H(\omega_\pi) = |W(j\omega_\pi)|$.

Частота ω_π соответствует значению аргумента вектора $W(j\omega)$, равного -180° . В логарифмическом масштабе запас устойчивости по амплитуде запишется в виде:

$$L_3 = 20\lg H_3 = 20\lg \frac{1}{H(\omega_\pi)} = -20\lg H(\omega_\pi).$$

Поскольку $H(\omega_\pi)$ меньше единицы, то запас устойчивости по амплитуде всегда больше нуля.

Покажем характерные точки и запасы устойчивости на ЛЧХ, которые изображены на рис. 5.3. Поскольку на частоте среза $|W(j\omega_c)| = 1$ (см. рис. 5.2), то $L(\omega_c) = 20\lg|W(j\omega_c)| = 20\lg 1 = 0$.

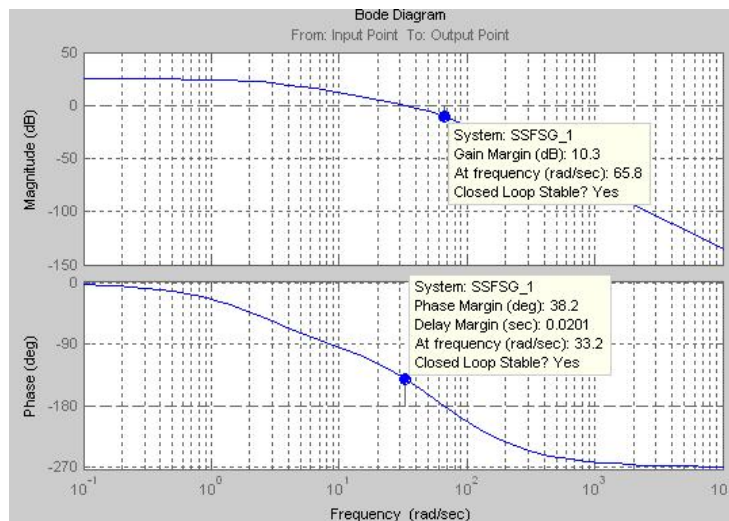


Рис. 5.3

Таким образом, частота среза ω_c соответствует точке пересечения графика ЛАЧХ $L(\omega)$ и линии 0 дБ. Запас устойчивости по фазе определяется по ЛФЧХ как положительный отрезок от линии -180° до значения $\theta(\omega_c)$.

Частота ω_π соответствует точке пересечения ЛФЧХ $\theta(\omega)$ с линией -180° и запас устойчивости по амплитуде определяется как положительный отрезок от линии 0 дБ до значения $L(\omega_\pi)$.

На основании вышеизложенного вытекает следующая формулировка критерия Найквиста (относительно ЛЧХ): для устойчивости минимально-фазовой системы необходимо и достаточно, чтобы частота ω_π была больше частоты ω_c .

Особенности применения критерия Найквиста для неминимально-фазовых систем. Сложнее обстоит вопрос оценки устойчивости неминимально-фазовых систем. АФЧХ неминимально-фазовых систем может пересекать отрицательную вещественную полуось несколько раз. Поэтому в данном случае для оценки устойчивости системы удобно применять правило переходов, сформулированное Я.З. Цыпкиным на основе критерия устойчивости Найквиста.

Переходом называется точка пересечения АФЧХ отрицательной вещественной полуоси слева от точки с координатами $(-1; j0)$, т. е. на отрезке $(-\infty; -1)$.

При пересечении АФЧХ данного отрезка в направлении из II квадранта в III при изменении частоты от 0 до ∞ переход будет положительным и обозначается «+1». При пересечении АФЧХ отрезка $(-\infty; -1)$ в направлении из III квадранта во II переход будет отрицательный и обозначается «-1». Если АФЧХ начинается на этом отрезке, то имеет место полупереход, который обозначается « $\pm \frac{1}{2}$ ». Знак полуперехода определяется в зависимости от направления перемещения вектора $W(j\omega)$ при изменении частоты от 0 до ∞ .

С учётом введённых понятий критерий устойчивости формулируется следующим образом: для устойчивости САУ необходимо и достаточно, чтобы разность между числом положительных переходов N_+ и числом отрицательных переходов N_- была равна $\frac{l}{2}$, где l – число правых корней характеристического многочлена $D(s)$ разомкнутой системы.

Кроме того, наличие интегрирующих звеньев в характеристическом многочлене разомкнутой системы требует дополнительных построений на графике АФЧХ.

Действительно, передаточная функция разомкнутой САУ при наличии интегрирующих звеньев

$$W(s) = \frac{B(s)}{s^{\nu} D_1(s)},$$

где ν – число интегрирующих звеньев.

Тогда при изменении частоты от 0 до ∞ при $\omega = 0$

$$W(j0) = \frac{B(j0)}{(j0)^{\nu} D_1(j0)}.$$

Модуль передаточной функции

$$|W(j0)| = \infty,$$

аргумент

$$\arg W(j0) = -\nu \frac{\pi}{2},$$

т. е. АФЧХ начинается в бесконечности и её фаза стремится к значению $-\nu \frac{\pi}{2}$.

По этой причине начальный участок АФЧХ необходимо дополнить дугой бесконечно большого радиуса R_{∞} по часовой стрелке от вещественной положительной полуоси, если l – чётное число, и от вещественной отрицательной полуоси, если l – нечётное число.

Примеры решения задач

Пример 5.1. На основании критерия Рауса – Гурвица получите условия устойчивости системы стабилизации частоты синхронного генератора (см. рис. 4.2). Определите критический коэффициент передачи системы $K_{кр}$ из условия нахождения системы на колебательной границе устойчивости и проведите её моделирование. Примите в качестве исходных данных следующие значения параметров: $K_{ИУ} = 5$ В/Гц; $K_u = 4,22$; $T_M = 0,4$ с; $T_{УСП} = 0,0125$ с; $T_B = 0,02$ с; $K_{ДВ} = 1,706$ рад/(В·с); $K_{СТ} = 0,48$ (Гц·с)/рад;

$K_1 = 10 \text{ (Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с)}^{-1}$; $f_0 = 500 \text{ Гц}$; $M_H = 0,2 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $K_{\text{я}} = 227 \text{ рад}/(\text{В} \cdot \text{с})$;
 $\Delta U_{\text{я}} = 2 \text{ В}$.

Решение: Характеристическое уравнение ССЧСГ имеет вид:

$$A(s) = 1 + W(s) = (T_{\text{УСП}}s + 1)(T_{\text{М}}s + 1)(T_{\text{В}}s + 1) + K_{\text{ИУ}}K_uK_{\text{ДВ}}K_{\text{СГ}}.$$

Введем обозначение:

$$K_{\text{ИУ}}K_uK_{\text{ДВ}}K_{\text{СГ}} = K.$$

Тогда

$$\begin{aligned} A(s) &= 1 + W(s) = (T_{\text{УСП}}s + 1)(T_{\text{М}}s + 1)(T_{\text{В}}s + 1) + K = \\ &= T_{\text{УСП}}T_{\text{М}}T_{\text{В}}s^3 + [(T_{\text{УСП}} + T_{\text{М}})T_{\text{В}} + T_{\text{УСП}}T_{\text{М}}]s^2 + (T_{\text{УСП}} + T_{\text{М}} + T_{\text{В}})s + K + 1 = \\ &= a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Определитель Гурвица для ССЧСГ

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_2 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_1 & a_2 \\ 0 & 0 & a_0 \end{vmatrix}. \quad (5.5)$$

Запишем условия устойчивости для ССЧСГ:

$$a_3 = T_{\text{УСП}}T_{\text{М}}T_{\text{В}} > 0;$$

$$\Delta_1 = a_2 = (T_{\text{УСП}} + T_{\text{М}})T_{\text{В}} + T_{\text{УСП}}T_{\text{М}} > 0;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ a_0 & a_1 \end{vmatrix} = a_2a_1 - a_0a_3 > 0. \quad (5.6)$$

Так как $\Delta_3 = \Delta_2a_0 > 0$, то $a_0 = 1 + K > 0$. Кроме того, из (5.6) следует также, что $a_1 > 0$. Ввиду этого необходимым условием устойчивости ССЧСГ

является положительность всех коэффициентов характеристического уравнения, а достаточным – выполнение неравенства (5.6).

Перепишем (5.6) в виде:

$$a_2 a_1 > a_0 a_3,$$

где

$$a_2 a_1 = [(T_{\text{УСП}} + T_{\text{М}})T_{\text{В}} + T_{\text{УСП}}T_{\text{М}}](T_{\text{УСП}} + T_{\text{М}} + T_{\text{В}});$$

$$a_0 a_3 = (K + 1)T_{\text{УСП}}T_{\text{М}}T_{\text{В}}.$$

Анализ формулы (5.6) показывает, что необходимые условия положительности коэффициентов характеристического уравнения выполняются. Для оценки достаточного условия устойчивости вычислим минор 2-го порядка:

$$\begin{aligned} \Delta_2 &= a_2 a_1 - a_0 a_3 = \\ &= [(T_{\text{УСП}} + T_{\text{М}})T_{\text{В}} + T_{\text{УСП}}T_{\text{М}}](T_{\text{УСП}} + T_{\text{М}} + T_{\text{В}}) - (K_{\text{кр}} + 1)T_{\text{УСП}}T_{\text{М}}T_{\text{В}} = \\ &= [(0,0125 + 0,4) \cdot 0,02 + 0,0125 \cdot 0,4] \cdot (0,0125 + 0,4 + 0,02) - \\ &\quad - 0,0125 \cdot 0,4 \cdot 0,02 = 0,0056 \text{ с}^3. \end{aligned}$$

Так как полученное число является положительным, то достаточное условие устойчивости выполняется и в целом ССЧСГ является устойчивой.

Значение критического коэффициента передачи ССЧСГ определим исходя из условия:

$$a_1 a_2 = a_0 a_3 \tag{5.7}$$

или

$$[(T_{\text{УСП}} + T_{\text{М}})T_{\text{В}} + T_{\text{УСП}}T_{\text{М}}](T_{\text{УСП}} + T_{\text{М}} + T_{\text{В}}) = (K_{\text{кр}} + 1)T_{\text{УСП}}T_{\text{М}}T_{\text{В}}.$$

Тогда

$$K_{кр} = \frac{[(T_{уСП} + T_M)T_B + T_{уСП}T_M](T_{уСП} + T_M + T_B) - T_{уСП}T_MT_B}{T_{уСП}T_MT_B}. \quad (5.8)$$

Подставив в полученное выражение необходимые значения постоянных времени, найдём критический коэффициент передачи ССЧСГ:

$$K_{кр} = \frac{[(0,0125 + 0,4) \cdot 0,02 + 0,0125 \cdot 0,4] \cdot (0,0125 + 0,4 + 0,02)}{0,0125 \cdot 0,4 \cdot 0,05} - \frac{0,0125 \cdot 0,4 \cdot 0,02}{0,0125 \cdot 0,4 \cdot 0,05} = 56,306. \quad (5.9)$$

Проведём моделирование ССЧСГ с критическим значением коэффициента передачи в системе MatLab Simulink согласно ССДМ, представленной на рис. 4.2 (см. практическое занятие № 4). Результаты моделирования показаны на рис. 5.4.

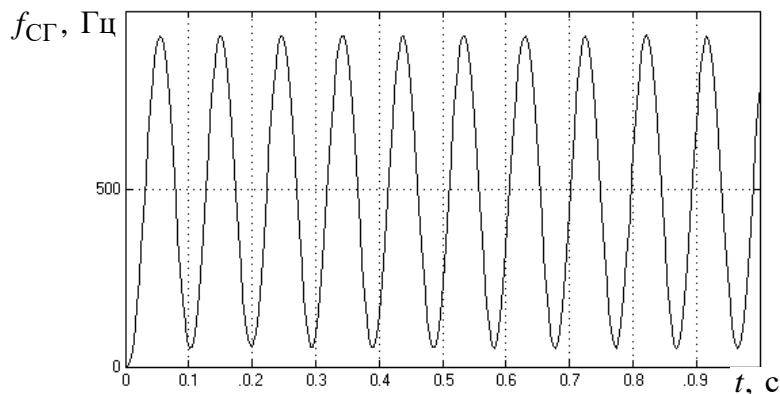


Рис. 5.4

Из графика видно, что переходный процесс характеризуется незатухающими колебаниями, т. е. система находится на колебательной границе устойчивости.

Пример 5.2. На основании критерия устойчивости Найквиста оцените с помощью АФЧХ устойчивость ССЧСГ, ССДМ которой представлена на рис. 4.2.

Решение: В соответствии с выражением (4.1) определим передаточную функцию разомкнутой системы:

$$W(s) = \frac{K_{ИУ} K_u K_{дв} K_{СГ}}{(T_{УСП}s + 1)(T_M s + 1)(T_B s + 1)} = \frac{5 \cdot 4,22 \cdot 1,706 \cdot 0,48}{(0,0125s + 1) \cdot (0,4s + 1) \cdot (0,02s + 1)} =$$

$$= \frac{17,278}{0,0001s^3 + 0,01325s^2 + 0,4352s + 1}.$$

Для построения АФЧХ запишем следующую программу:

```
num=[17.278];
den=[0.0001 0.01325 0.4352 1];
sys=tf(num, den);
nyquist(sys)
```

Результаты моделирования представлены на рис. 5.5.

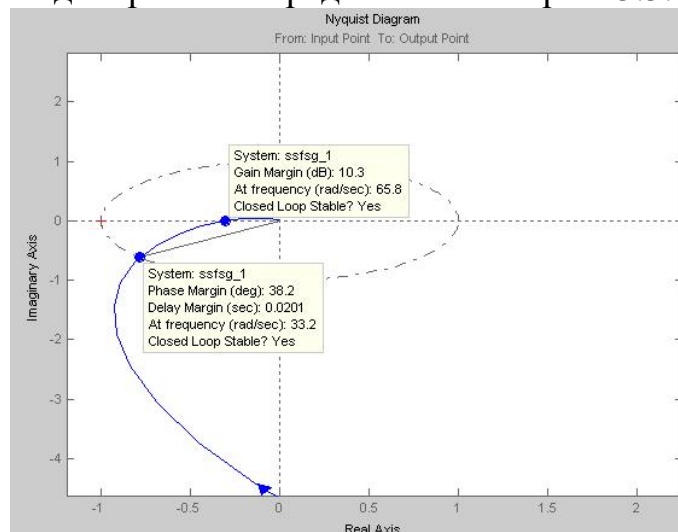


Рис. 5.5

На графике штрихпунктирной линией показана окружность единичного радиуса. При изменении частоты от нуля до бесконечности АФЧХ вначале пересекает окружность, а затем отрицательную вещественную полуось. Следовательно, АФЧХ не охватывает точку с координатами $(-1; j0)$ и система является устойчивой.

Пример 5.3. На основании критерия Найквиста по АФЧХ и ЛЧХ оцените устойчивость САУ при условии, что передаточная функция разомкнутой системы имеет вид:

$$W(s) = \frac{300(0,2s + 1)(0,1s + 1)}{s^2(0,25s - 1)}. \quad (5.10)$$

Решение: Система имеет два интегрирующих звена, т. е. $v = 2$, и при $\omega = 0$ аргумент $\arg W(j0) = -v \frac{\pi}{2} = -\pi$. Характеристический многочлен системы имеет два нулевых корня $s_1 = s_2 = 0$ и один вещественный положительный корень $s_3 = 4$, следовательно, $l = 1$.

Для построения АФЧХ преобразуем передаточную функцию (5.10), раскрыв скобки:

$$W(s) = \frac{6s^2 + 90s + 300}{0,25s^3 - s^2}. \quad (5.11)$$

Составим программу для построения АФЧХ:

```
num=[6 90 300];
den=[0.25 -1 0 0];
sys=tf(num,den);
nyquist(sys)
```

Результаты моделирования представлены на рис. 5.6.

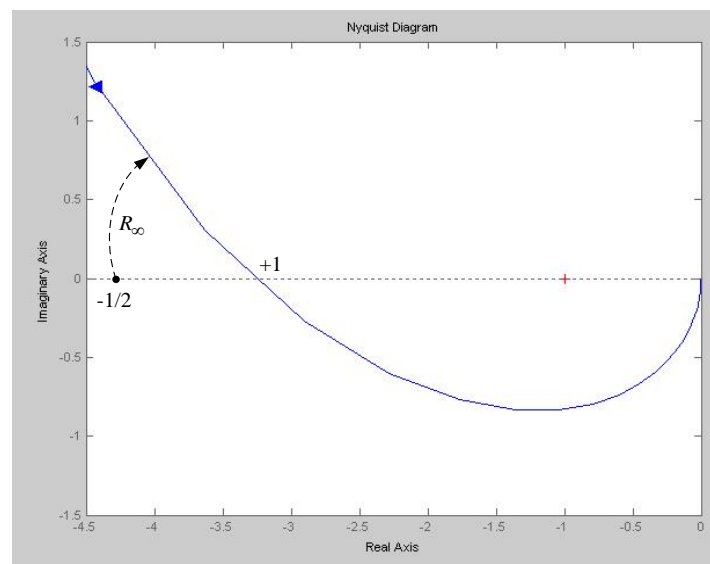


Рис. 5.6

Поскольку $l = 1$, то АФЧХ необходимо дополнить дугой бесконечно большого радиуса по часовой стрелке от вещественной отрицательной полуоси, как показано на рис. 5.6. В результате имеем отрицательный

полупереход $N_- = \frac{1}{2}$ и один положительный переход $N_+ = 1$. Разность между числом положительных и отрицательных переходов равна:

$$N_+ - N_- = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{l}{2},$$

т. е. замкнутая САУ будет устойчивой.

Для построения ЛЧХ запишем следующую программу:

```
num=[6 90 300];
den=[0.25 -1 0 0];
sys=tf(num,den);
bode(sys)
```

Результат выполнения программы представлен на рис. 5.7.

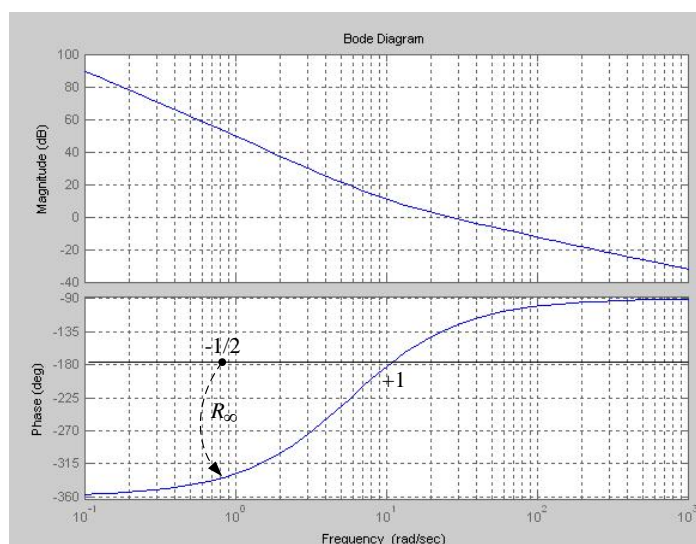


Рис. 5.7

Из сравнительного анализа графиков, представленных на рис. 5.6 и 5.7 видно, что дуга бесконечно большого радиуса начинается на линии -180° и дает отрицательный полупереход $-1/2$. Положительный переход определяется при пересечении ЛФЧХ снизу вверх линии -180° до частоты среза ω_c (частоты, при которой ЛАЧХ переходит через линию 0 дБ).

Задания для самостоятельного выполнения

1. Используя в качестве исходных данных значения параметров, приведенные в табл. 5.1, решите примеры 5.1 и 5.2.

Таблица 5.1

Вариант	$K_{ИУ},$ $\frac{В}{Гц}$	K_u	$K_{дв}$	$K_я$	$K_{СГ},$ $\frac{Гц \cdot с}{рад}$	$K_1,$ $\frac{1}{Н \cdot м \cdot с}$	T_m	T_b	$T_{УСП}$	$M_H,$ Н·м	$f_0,$ Гц	$\Delta U_я,$ В
			$\frac{рад}{В \cdot с}$	с								
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>	<i>11</i>	<i>12</i>	<i>13</i>
1	3	3,11	1,205	200	0,41	5	0,2	0,01	0,0105	0,1	300	1
2	4	4,22	1,304	210	0,42	6	0,3	0,02	0,0115	0,2	400	2
3	5	5,33	1,408	220	0,43	7	0,4	0,03	0,0120	0,3	500	3
4	6	3,11	1,205	230	0,44	8	0,2	0,01	0,0105	0,4	600	4

Окончание табл. 5.1

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>	<i>11</i>	<i>12</i>	<i>13</i>
5	7	4,22	1,304	200	0,45	9	0,3	0,02	0,0115	0,2	300	1
6	3	5,33	1,408	210	0,46	10	0,4	0,03	0,0120	0,1	400	2
7	4	3,11	1,205	220	0,47	11	0,2	0,01	0,0105	0,2	500	3
8	5	4,22	1,304	230	0,49	12	0,3	0,02	0,0115	0,3	600	4
9	6	5,33	1,408	200	0,41	13	0,4	0,03	0,0120	0,4	300	1
10	7	3,11	1,205	210	0,42	14	0,2	0,01	0,0105	0,2	400	2
11	3	4,22	1,304	220	0,43	15	0,3	0,02	0,0115	0,1	500	3
12	4	5,33	1,408	230	0,44	14	0,4	0,03	0,0120	0,2	600	4
13	5	3,11	1,205	200	0,45	13	0,2	0,01	0,0105	0,3	300	1
14	6	4,22	1,304	210	0,46	12	0,3	0,02	0,0115	0,4	400	2
15	7	5,33	1,408	220	0,47	11	0,4	0,03	0,0120	0,2	500	3
16	3	3,11	1,205	230	0,49	10	0,2	0,01	0,0105	0,1	600	4
17	4	4,22	1,304	200	0,41	9	0,3	0,02	0,0115	0,2	300	1
18	5	5,33	1,408	210	0,42	8	0,4	0,03	0,0120	0,3	400	2
19	6	3,11	1,205	220	0,43	7	0,2	0,01	0,0105	0,4	500	3
20	7	4,22	1,304	230	0,44	6	0,3	0,02	0,0115	0,2	600	4

21	3	5,33	1,408	200	0,45	5	0,4	0,03	0,0120	0,1	300	1
22	4	3,11	1,205	210	0,46	4	0,2	0,01	0,0105	0,2	400	2
23	5	4,22	1,304	220	0,47	3	0,3	0,02	0,0115	0,3	500	3
24	6	5,33	1,408	230	0,49	2	0,4	0,03	0,0120	0,4	600	4
25	5	4,22	1,706	227	0,48	10	0,4	0,02	0,0125	0,2	500	2
26	4	5,33	1.805	210	0,45	6	0,3	0,03	0,0130	0,3	400	3
27	3	3,11	1,304	220	0,44	4	0,2	0,47	0,0135	0,1	300	1
28	6	4,22	1,408	230	0,47	3	0,3	0,03	0,0120	0,4	500	4

2. Решите пример 5.3, если передаточная функция разомкнутой системы имеет вид:

$$1) W(s) = \frac{250(0,3s + 1)(0,1s + 1)}{s^2(0,2s - 1)};$$

$$2) W(s) = \frac{200(0,2s + 1)(0,15s + 1)}{s^2(0,3s - 1)};$$

$$3) W(s) = \frac{100(0,4s + 1)(0,2s + 1)}{s^2(0,25s - 1)};$$

$$4) W(s) = \frac{300(0,2s + 1)(0,25s + 1)}{s^2(0,5s - 1)};$$

$$5) W(s) = \frac{250(0,25s + 1)(0,3s + 1)}{s^2(0,2s - 1)};$$

$$6) W(s) = \frac{270(0,3s + 1)(0,12s + 1)}{s^2(0,22s - 1)};$$

$$7) W(s) = \frac{220(0,22s + 1)(0,13s + 1)}{s^2(0,23s - 1)};$$

$$8) W(s) = \frac{110(0,45s + 1)(0,2s + 1)}{s^2(0,5s - 1)};$$

$$9) W(s) = \frac{330(0,42s + 1)(0,25s + 1)}{s^2(0,35s - 1)};$$

$$10) W(s) = \frac{270(0,5s + 1)(0,35s + 1)}{s^2(0,45s - 1)};$$

$$11) W(s) = \frac{150(0,33s + 1)(0,22s + 1)}{s^2(0,32s - 1)};$$

$$12) W(s) = \frac{220(0,33s + 1)(0,15s + 1)}{s^2(0,25s - 1)};$$

$$13) W(s) = \frac{120(0,45s + 1)(0,25s + 1)}{s^2(0,5s - 1)};$$

$$14) W(s) = \frac{320(0,21s + 1)(0,28s + 1)}{s^2(0,35s - 1)};$$

$$15) W(s) = \frac{450(0,55s + 1)(0,3s + 1)}{s^2(0,4s - 1)};$$

$$16) W(s) = \frac{370(0,35s + 1)(0,22s + 1)}{s^2(0,25s - 1)};$$

$$17) W(s) = \frac{220(0,22s + 1)(0,1s + 1)}{s^2(0,25s - 1)};$$

$$18) W(s) = \frac{110(0,65s + 1)(0,4s + 1)}{s^2(0,3s - 1)};$$

$$19) W(s) = \frac{350(0,44s + 1)(0,2s + 1)}{s^2(0,3s - 1)};$$

$$20) W(s) = \frac{240(0,45s + 1)(0,35s + 1)}{s^2(0,55s - 1)};$$

$$21) W(s) = \frac{350(0,53s + 1)(0,24s + 1)}{s^2(0,32s - 1)};$$

$$22) W(s) = \frac{240(0,53s + 1)(0,25s + 1)}{s^2(0,35s - 1)};$$

$$23) W(s) = \frac{150(0,42s + 1)(0,22s + 1)}{s^2(0,55s - 1)};$$

$$24) W(s) = \frac{330(0,22s + 1)(0,28s + 1)}{s^2(0,5s - 1)};$$

$$25) W(s) = \frac{250(0,25s + 1)(0,35s + 1)}{s^2(0,4s - 1)}.$$

Контрольные вопросы

1. Раскройте понятие «критический коэффициент передачи САУ».
2. Расскажите, что является необходимым условием устойчивости САУ.
3. Запишите достаточное условие устойчивости САУ.
4. Назовите необходимые и достаточные условия для определения устойчивости замкнутой линейной стационарной минимально-фазовой системы по АФХ.
5. Как определить запасы устойчивости по фазе и амплитуде посредством АФЧХ?
6. Перечислите особенности анализа устойчивости астатических систем.
7. Сформулируйте правило переходов.

Практическое занятие № 6

РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА ПРОЦЕССА УПРАВЛЕНИЯ

Цель занятия: оценка качества регулирования в установившемся режиме.

Краткие теоретические сведения

Анализ устойчивости САУ необходим для установления факта затухания переходного процесса. Устойчивость является необходимым, но недостаточным условием работоспособности системы, поэтому наряду с оценкой устойчивости решается задача обеспечения требуемого качества процесса управления.

Анализ качества сводится к расчёту показателей качества переходного процесса: быстродействия, колебательности и перерегулирования, а также к расчёту установившихся ошибок, определяющих точность работы системы.

Показатели качества переходного процесса. К основным показателям качества переходного процесса относятся перерегулирование σ , время регулирования t_p и нарастания t_H , число N_K и частота колебаний f_K . Перечисленные показатели определяются по переходной характеристике, которая является графиком переходной функции.

Оценка качества регулирования в установившемся режиме. Выходную координату линейной непрерывной стационарной САУ можно записать в виде суммы переходной и установившейся составляющих

$$y(t) = y_{\Pi}(t) + y_{уст}(t).$$

Для оценки показателей качества переходного процесса необходимо получить график переходной составляющей $y_{\Pi}(t)$. Точность работы САУ в установившемся режиме зависит от величины второго слагаемого $y_{уст}(t)$ и оценивается по значению установившейся ошибки $\Delta u_{уст}(t)$.

Основным показателем качества работы системы в установившемся режиме является точность, оцениваемая величиной установившейся ошибки при различных типовых внешних воздействиях. Эту ошибку, в отличие от инструментальной (приборной), называют методической (структурной) ошибкой. Ее можно определить с помощью теоремы о конечном значении:

$$\Delta u_{\text{уст}} = \lim_{t \rightarrow \infty} \Delta u(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \Delta U(s).$$

В соответствии с передаточными функциями относительно ошибок для линейных систем применяется принцип суперпозиции, на основании которого суммируются составляющие изображений ошибок

$$\Delta U(s) = \Delta U_u(s) + \Delta U_f(s),$$

где $\Delta U_u(s)$ – составляющая ошибки относительно задающего воздействия; $\Delta U_f(s)$ – составляющая ошибки относительно возмущающего воздействия.

Тогда на основании теоремы о конечном значении

$$\Delta u_{\text{уст}} = \lim_{s \rightarrow 0} s \Delta U_u(s) + \lim_{s \rightarrow 0} s \Delta U_f(s).$$

Рассмотрим типовую ССДМ САУ (рис. 4.1), не содержащую интегрирующих звеньев.

В этом случае

$$W(s) = \frac{B(s)}{D(s)}$$

и соответствующий предел

$$\lim_{s \rightarrow 0} W(s) = \frac{b_0}{d_0} = K,$$

где K – коэффициент передачи разомкнутой системы.

Суммарная установившаяся ошибка

$$\Delta u_{\text{уст}} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1+W(s)} U_3(s) + \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{W_f(s)W_{\Pi}(s)W_{\text{OC}}(s)}{1+W(s)} F(s). \quad (6.1)$$

Перепишем (6.1) в виде:

$$\Delta u_{\text{уст}} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1+K} U_3(s) + \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{K_f K_{\Pi} K_{\text{OC}}}{1+K} F(s).$$

Во-первых, предположим, что задающее и возмущающее воздействия являются постоянными величинами:

$$u_3(t) = u_0 = \text{const};$$

$$f(t) = f_0 = \text{const}.$$

Соответствующие изображения по Лапласу имеют вид:

$$U_3(s) = \frac{u_0}{s};$$

$$F(s) = \frac{f_0}{s}.$$

При обработке постоянных входных воздействий соответствующие установившиеся ошибки называются статическими и рассчитываются по формулам:

$$\Delta u_{\text{ст}}^u = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1+K} \frac{u_0}{s} = \frac{u_0}{1+K};$$

$$\Delta u_{\text{ст}}^f = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{K_f K_{\Pi} K_{\text{ос}}}{1+K} \frac{f_0}{s} = \frac{f_0 K_f K_{\Pi} K_{\text{ос}}}{1+K}.$$

Суммарная статическая ошибка:

$$\Delta u_{\text{ст}} = \frac{u_0}{1+K} + \frac{f_0 K_f K_{\Pi} K_{\text{ос}}}{1+K}.$$

Из этих формул видно, что статические ошибки по задающему и возмущающему воздействиям пропорциональны величине этих воздействий и величине $\frac{1}{1+K}$, называемой коэффициентом статизма, который обратно пропорционален коэффициенту усиления разомкнутой системы. Статические ошибки можно уменьшить только за счет увеличения коэффициента передачи участка цепи от входа до точки приложения внешнего воздействия

K_I . Однако увеличение K_I приводит к увеличению коэффициента передачи разомкнутой системы K и, следовательно, к уменьшению запаса устойчивости.

Система, у которой статическая ошибка не равна нулю называется статической.

Во-вторых, допустим, что входные воздействия являются линейно возрастающими (скоростными) и записываются в виде:

$$u_3 = \dot{i}_3^0 t; \quad f = \dot{f}^0 t,$$

где $\dot{i}_3^0, \dot{f}^0 - \text{const}$.

В изображении по Лапласу имеем:

$$U_3(s) = \frac{\dot{i}_3^0}{s^2}; \quad F(s) = \frac{\dot{f}^0}{s^2}.$$

Установившиеся ошибки при линейно возрастающих входных воздействиях рассчитываются по формулам:

$$\Delta u_{\text{СК}}^u = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1+K} \frac{u_0}{s^2} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1+K} \frac{u_0}{s} = \infty;$$

$$\Delta u_{\text{СК}}^f = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{K_f K_{\Pi} K_{\text{ос}}}{1+K} \frac{f_0}{s^2} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K_f K_{\Pi} K_{\text{ос}}}{1+K} \frac{f_0}{s} = \infty.$$

При линейно возрастающих входных воздействиях ошибки статической системы стремятся к ∞ .

Примеры решения задач

Пример 6.1. Определите суммарную статическую ошибку системы стабилизации частоты синхронного генератора. Исходные данные для расчёта примите из примера 5.1. Полученные результаты подтвердите моделированием ССЧСГ в системе MatLab Simulink.

Расчёт выполните в соответствии с выражением:

$$\Delta u_{уст} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1+W(s)} U_3(s) + \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{W_f(s)W_{II}(s)W_{OC}(s)}{1+W(s)} F(s). \quad (6.2)$$

Решение: Для определения выражения суммарной статической ошибки ССЧСГ используем передаточные функции системы, полученные в примере 4.1. Тогда пределы будут соответственно равны:

$$\begin{aligned} \Delta f_{ст}^f &= \lim_{s \rightarrow 0} s \Phi_{\Delta f}(s) \frac{f_0}{s} = \frac{f_0}{1+K_{ИУ}K_u K_{дв}K_{СГ}} = \\ &= \frac{500}{1+5 \cdot 4,22 \cdot 1,706 \cdot 0,48} = 27,35 \text{ Гц}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta f_{ст}^M &= \lim_{s \rightarrow 0} s \Phi_{\Delta f}^M(s) \frac{M_H}{s} = \frac{M_H K_1 K_{СГ}}{1+K_{ИУ}K_u K_{дв}K_{СГ}} = \\ &= \frac{0,2 \cdot 10 \cdot 0,48}{1+17,278} = 0,052 \text{ Гц}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta f_{ст}^{\Delta u} &= \lim_{s \rightarrow 0} s \Phi_{\Delta f}^{\Delta u}(s) \frac{\Delta U_{я}}{s} = -\frac{\Delta U_{я} K_{я} K_{СГ}}{1+K_{ИУ}K_u K_{дв}K_{СГ}} = \\ &= -\frac{2 \cdot 227 \cdot 0,48}{1+17,278} = -11,92 \text{ Гц}. \end{aligned}$$

Суммарная статическая ошибка ССЧСГ

$$\Delta f_{ст} = \frac{f_0}{1+K_{ИУ}K_u K_{дв}K_{СГ}} + \frac{M_H K_1 K_{СГ}}{1+K_{ИУ}K_u K_{дв}K_{СГ}} - \frac{\Delta U_{я} K_{я} K_{СГ}}{1+K_{ИУ}K_u K_{дв}K_{СГ}} = 15,48 \text{ Гц}.$$

Для моделирования используем ССДМ ССЧСГ, представленную на рис. 4.2. Подадим на вход системы задающее воздействие $f_0 = 500$ Гц. Полагая, что возмущающие воздействия M_H и $\Delta U_{я}$ равны нулю, получим график статической ошибки $\Delta f_{ст}^f$ (рис. 6.1).

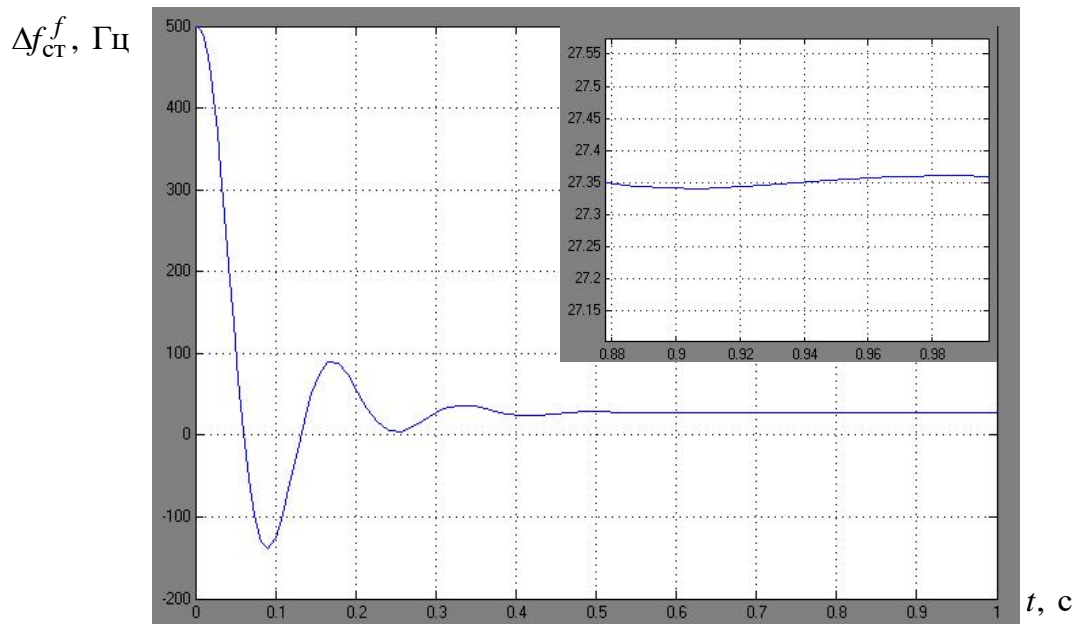


Рис. 6.1

В правом верхнем углу рис. 6.1 показан увеличенный фрагмент графика статической ошибки $\Delta f_{ст}^f = 27,35$ Гц.

Для получения в графическом виде ошибок относительно возмущающих воздействий установим задающее воздействие, равным нулю, и поочерёдно подадим на соответствующие входы следующие значения параметров: $M_H = 0,2$ Н·м (рис. 6.2) и $\Delta U_{я} = 2$ В (рис. 6.3).

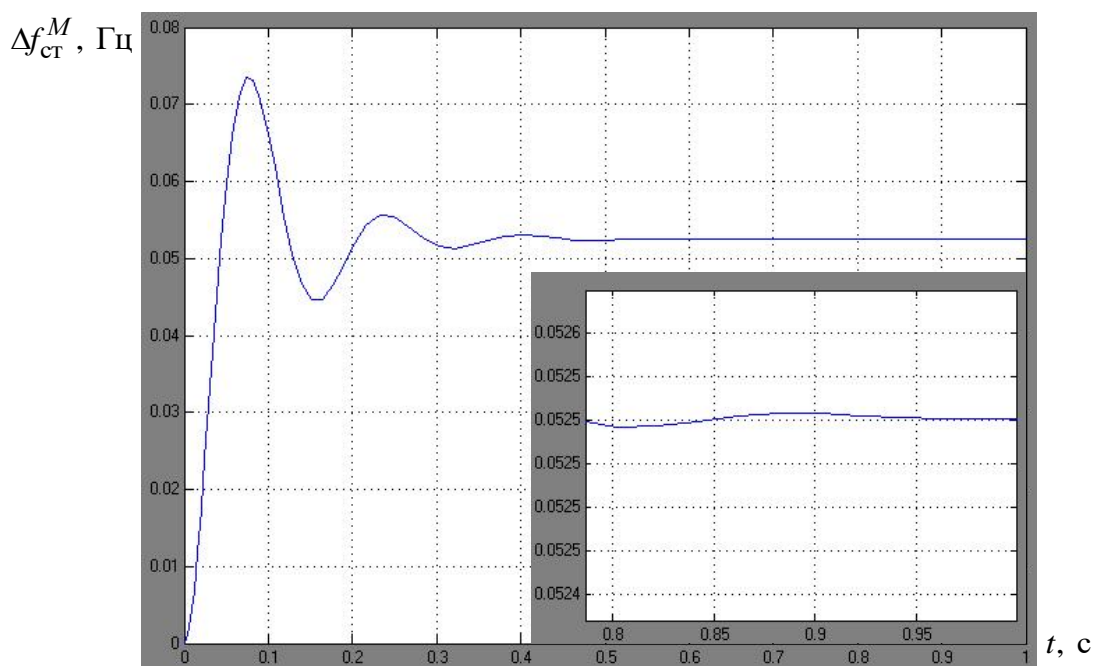


Рис. 6.2

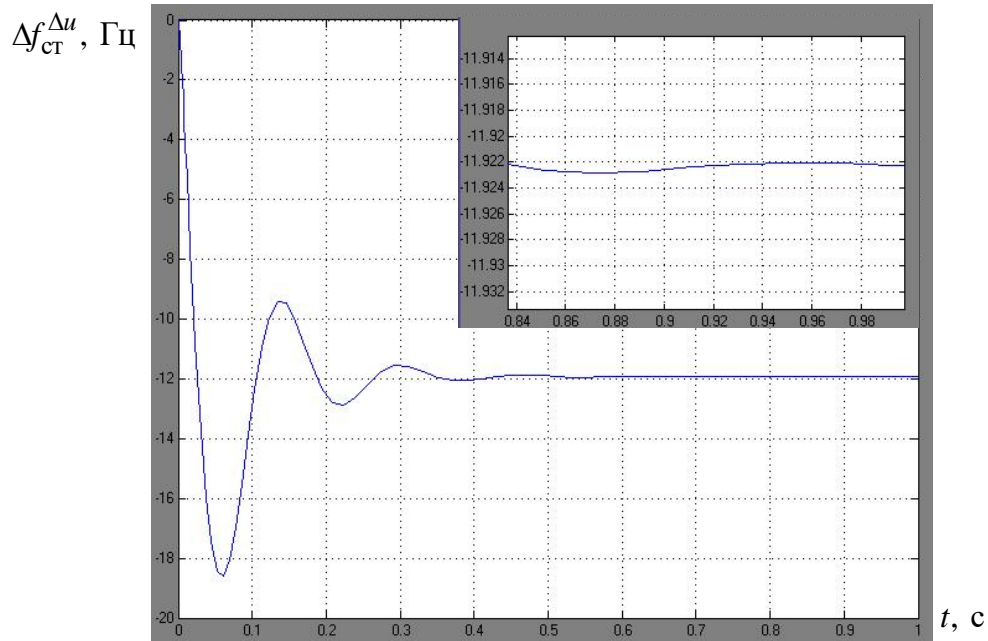


Рис. 6.3

Из рис. 6.2 и 6.3 видно, что статические ошибки составляют $\Delta f_{ст}^M = 0,0525$ Гц и $\Delta f_{ст}^{\Delta u} = -11,92$ Гц соответственно.

На рис. 6.4 изображен график ошибки при совместной подаче задающего f_0 и возмущающих воздействий M_H и $\Delta U_{я}$, из которого видно, что суммарная статическая ошибка $\Delta f_{ст} = 15,5$ Гц.

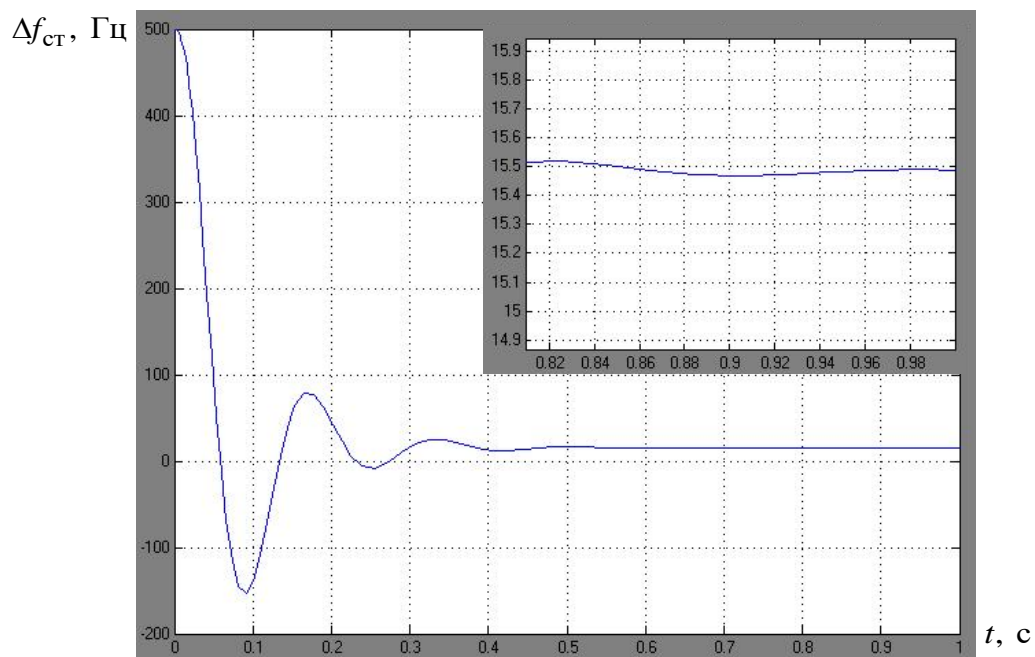


Рис. 6.4

Таким образом, результаты моделирования подтверждают правильность проведенных расчётов. Также заметим, что значительное влияние на точность работы ССЧСГ оказывают задающее воздействие и изменение напряжения на обмотке якоря. Воздействие момента нагрузки на суммарную составляющую ошибки незначительно и на точность работы системы влияния не оказывает.

Пример 6.2. Постройте переходную характеристику ССЧСГ в MatLab Simulink. Определите основные показатели качества. Исходные данные примите из примера 5.1.

Решение: Передаточная функция замкнутой ССЧСГ

$$\Phi(s) = \frac{K_{ИУ} K_u K_{дв} K_{СГ}}{(T_{УСП} s + 1)(T_M s + 1)(T_B s + 1) + K_{ИУ} K_u K_{дв} K_{СГ}}$$

После подстановки в выражение численных значений параметров получим:

$$\begin{aligned} \Phi(s) &= \frac{5 \cdot 4,22 \cdot 1,706 \cdot 0,48}{(0,0125s + 1) \cdot (0,4s + 1) \cdot (0,02s + 1) + 5 \cdot 4,22 \cdot 1,706 \cdot 0,48} = \\ &= \frac{17,278}{0,0001s^3 + 0,01325s^2 + 0,4352s + 18,278} \end{aligned}$$

Составим следующую программу для построения переходной характеристики:

```
num=[17.278];
den=[0.0001 0.01325 0.4325 18.278];
sys=tf(num, den);
step(sys)
```

Переходная характеристика, полученная в результате моделирования ССЧСГ при отработке единичного ступенчатого воздействия, показана на рис. 6.5.

Определим показатели качества. Перерегулирование вычислим как относительную разность между максимальным f_{\max} и установившимся значением $f_{уст}$ переходной характеристики, выраженную в процентах:

$$\sigma = \frac{f_{\max} - f_{\text{уст}}}{f_{\text{уст}}} \cdot 100\%.$$

$f(t)$, Гц

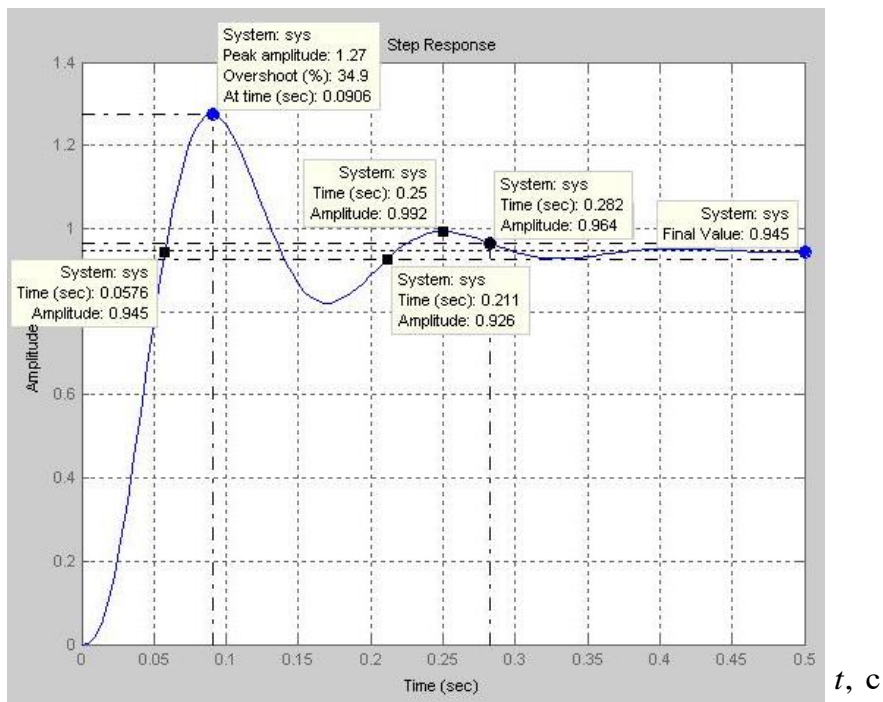


Рис. 6.5

Подставив в формулу численные значения $f_{\max} = 1,27$ Гц (**Peak amplitude**) и $f_{\text{уст}} = 0,945$ Гц (*Final Value*), получим перерегулирование (**Overshoot**):

$$\sigma = \frac{1,27 - 0,945}{0,945} \cdot 100\% = 34,9\%.$$

Время регулирования t_p характеризует момент окончания переходного процесса, который соответствует ограничению

$$|f(t) - f_{\text{уст}}| \leq \Delta,$$

где Δ – допустимо малая величина.

Обычно принимают $\Delta = (0,01 \div 0,05)f_{\text{уст}}$. В нашем случае $\Delta = 0,02 \cdot 0,945 = 0,019$ Гц (см. рис. 6.5). По графику находим время регулирования $t_p = 0,282$ с.

Время нарастания t_H определим в точке первого пересечения переходной характеристики $f(t)$ и ее установившегося значения $f_{уст}$:
 $t_H = 0,0576$ с.

Число колебаний N_K связано с периодом колебания T_K и временем регулирования t_p отношением:

$$N_K \cong \frac{t_p}{T_K}.$$

Время регулирования $t_p = 0,282$ с.

Период колебания определим по графику (см. рис. 6.5) как расстояние между двумя ближайшими максимумами:

$$T_K = 0,25 - 0,0906 = 0,159 \text{ с.}$$

Тогда

$$N_K \cong \frac{t_p}{T_K} = \frac{0,282}{0,159} = 1,7.$$

В данном случае процесс характеризуется как колебательный, с числом колебаний равным 1,5.

$$\text{Частота колебаний } f_K = \frac{1}{T_K} = \frac{1}{0,159} = 6,29 \text{ с}^{-1}.$$

Задание для самостоятельного выполнения

Решите примеры 6.1 и 6.2, используя схему, представленную на рис. 4.2 и исходные данные, приведенные в табл. 5.1.

Контрольные вопросы

1. Какие пути повышения точности САУ Вы знаете?
2. Каков порядок определения статической ошибки САУ в системе MatLab Simulink по задающему и возмущающему воздействиям?
3. Назовите показатели качества переходного процесса.
4. Поясните, как определяется время нарастания.
5. Запишите формулу для вычисления перерегулирования.
6. Как определяется время регулирования и число колебаний?

Практическое занятие № 7

СИНТЕЗ КОРРЕКТИРУЮЩИХ УСТРОЙСТВ

Цель занятия: получение практических навыков синтеза КУ методом ЛАЧХ.

Краткие теоретические сведения

Наиболее простым, наглядным и хорошо разработанным инженерным методом синтеза КУ является метод логарифмических частотных характеристик.

При использовании метода ЛЧХ передаточная функция, схема и параметры искомого КУ определяются из сопоставления ЛЧХ $L_n(\omega)$, $\theta_n(\omega)$ разомкнутой нескорректированной системы с желаемыми ЛЧХ. Процесс синтеза при этом сводится к следующему:

- 1) построение ЛЧХ разомкнутой нескорректированной системы с заданным порядком астатизма и найденным значением коэффициента передачи на этапе статического расчета САУ;
- 2) построение желаемых ЛЧХ;
- 3) сопоставление ЛЧХ нескорректированной системы с желаемыми ЛЧХ и нахождение ЛЧХ искомого КУ;
- 3) выбор схемы КУ и расчет конструктивных параметров;
- 4) исследование скорректированной схемы на устойчивость и качество переходного процесса.

Из перечисленных операций наиболее ответственной является построение желаемых ЛЧХ.

Желаемые ЛЧХ – это ЛЧХ $L_{ж}(\omega)$, $\theta_{ж}(\omega)$, построенные с учетом ЛЧХ $L_n(\omega)$, $\theta_n(\omega)$ нескорректированной системы и требований к динамическим свойствам проектируемой САУ.

В зависимости от предъявляемых требований к качеству процесса управления различают три основных способа построения желаемых ЛЧХ:

- а) по заданным значениям перерегулирования σ_{max} и времени регулирования $t_{p,max}$ при воспроизведении системой ступенчатого воздействия $x(t) = x_0 1(t)$, где $x_0 = const$. При этом еще может быть задано ограничение в виде максимально допустимого ускорения управляемой величины $\ddot{y}_{max} = \ddot{h}_{max}$;

б) по заданным значениям показателя колебательности M и порядка астатизма ν системы;

в) по заданным значениям запасов устойчивости по фазе θ_3 и амплитуде L_3 , а также коэффициентов сшибок C_0, C_1, \dots .

Если нескорректированная САУ в разомкнутом состоянии минимально-фазовая, то для синтеза КУ методом ЛЧХ достаточно построения и рассмотрения одних ЛАЧХ $L_H(\omega)$, $L_{\text{ж}}(\omega)$. Такой метод синтеза КУ называется методом ЛАЧХ. Большинство САУ в разомкнутом состоянии являются минимально-фазовыми. Поэтому в дальнейшем рассмотрим вопросы, связанные с синтезом КУ методом ЛАЧХ. При этом построение желаемой ЛАЧХ произведем по заданным значениям σ_{max} , $t_{p\text{max}}$ при воспроизведении системой ступенчатого воздействия $x(t) = x_0 1(t)$, где $x_0 = \text{const}$.

Желаемая ЛАЧХ $L_{\text{ж}}(\omega)$, так же как и типовая, строится асимптотической и условно разбивается на три участка (низкочастотный, среднечастотный и высокочастотный).

На рис. 7.1 пунктирной линией показана ЛАЧХ $L_H(\omega)$ нескорректированной системы, построенная по ее передаточной функции

$$W_H(s) = \frac{K}{(T_{1H}^2 s^2 + 2\xi_{1H} T_{1H} s + 1)(T_{2H} s + 1)}, \quad (T_{1H} > T_{2H}).$$

Примерный вид $L_{\text{ж}}(\omega)$ статической САУ – сплошная линия на рис. 7.1.

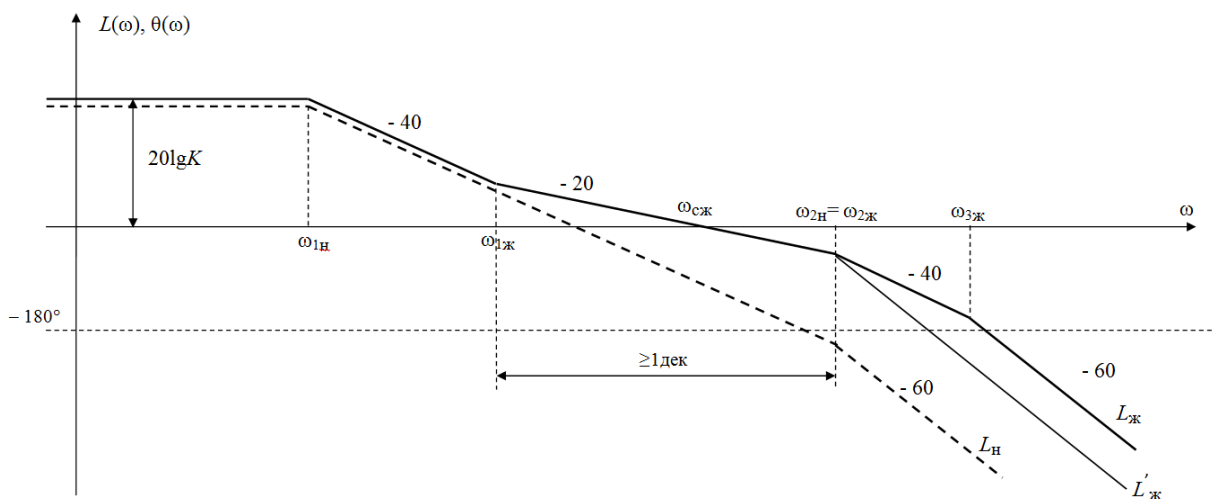


Рис. 7.1

Низкочастотный участок $L_{\text{ж}}(\omega)$ характеризует точность работы САУ в установившемся типовом режиме. Поэтому если низкочастотный участок ЛАЧХ $L_{\text{н}}(\omega)$ построен с учетом заданного порядка астатизма ν ($\nu = 0, \nu = 1, \dots$) и требуемого коэффициента передачи K разомкнутой системы, то он должен быть и низкочастотным участком $L_{\text{ж}}(\omega)$, что и показано на рис. 7.1.

Среднечастотный участок $L_{\text{ж}}(\omega)$ определяет устойчивость системы и качество переходного процесса. Поэтому он должен иметь наклон к оси ω , равный -20 дБ/дек, и строиться исходя из условия обеспечения заданных значений σ_{max} , t_{pmax} и \ddot{y}_{max} .

Высокочастотный участок $L_{\text{ж}}(\omega)$ не оказывает существенного влияния на динамические свойства системы. Поэтому желаемая ЛАЧХ $L_{\text{ж}}(\omega)$ этой области частот строится исходя из условия получения более простого КУ.

По результатам исследований, проведенных В.В. Солодовниковым, рекомендуется следующий порядок построения желаемой ЛАЧХ.

1. Строится ЛАЧХ нескорректированной разомкнутой системы $L_{\text{н}}(\omega)$ с заданным порядком астатизма и найденным значением коэффициента передачи K на этапе статического расчета системы.

2. Строится среднечастотный участок (СЧУ) желаемой ЛАЧХ. Для чего:
 – по значению σ_{max} осуществляется вход в номограмму наибольших значений перерегулирования и времени регулирования (рис. 7.2) и определяется $t_{\text{pmax}} = n\pi/\omega_{\text{ср}}$. С учетом заданного времени регулирования t_{pmax} выбирается частота среза желаемой ЛАЧХ на основе неравенства $\omega_{\text{сж}} \geq n\pi/t_{\text{pmax}}$;

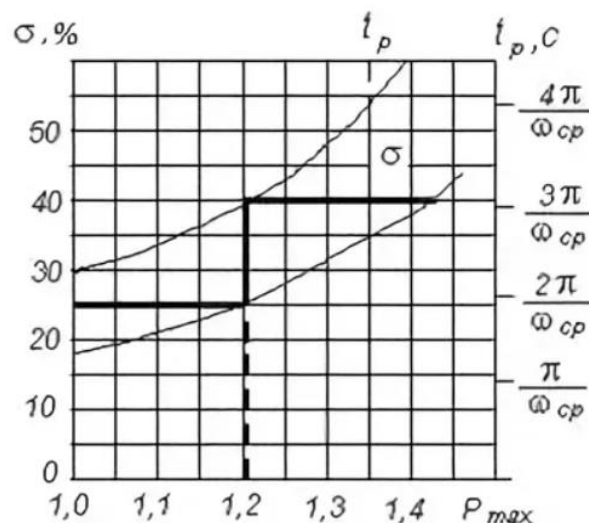


Рис. 7.2

– через точку $\omega_{сж}$ проводится СЧУ с наклоном -20 дБ/дек. протяженностью не менее 1 дек. При этом должно выполняться неравенство $2 \leq \omega_{2ж}/\omega_{сж} \leq 4$.

3. Производится сопряжение среднечастотного участка $L_{ж}(\omega)$ с низкочастотным участком нескорректированной системы. Оно обычно осуществляется с помощью отрезка прямой, наклон которой не должен отличаться от наклона $L_{н}(\omega)$ в этой области частот более чем на $(20...40)$ дБ/дек. На рис. 7.1 сопряжение произведено с помощью прямой, которая имеет наклон -40 дБ/дек. Следует иметь в виду, что иногда приходится производить сопряжение более чем одним отрезком, но это заведомо усложняет схему КУ. Однако и в этом случае надо стремиться к тому, чтобы разность наклона между ЛАЧХ $L_{н}(\omega)$ и $L_{ж}(\omega)$ в этой области частот составила не более $(20...40)$ дБ/дек.

4. Выполняется сопряжение среднечастотного участка $L_{ж}(\omega)$ с высокочастотным участком $L_{н}(\omega)$ исходя из условия получения наиболее простого КУ. Для этого необходимо, чтобы частоты сопряжения $L_{ж}(\omega)$ и $L_{н}(\omega)$, начиная с частоты $\omega_{2н}=1/T_{2н}$, совпадали. При этом отрезки сопряжения $L_{ж}(\omega)$ должны иметь наклоны, равные наклонам отрезков $L_{н}(\omega)$ (см. рис. 7.1), или отличаться от них не более чем на $20...40$ дБ/дек., а наклоны последних участков – равны.

После построения желаемой ЛАЧХ приступают непосредственно к синтезу КУ, т. е. к выбору КУ и расчету его конструктивных параметров. При этом наиболее часто используются последовательные КУ.

ССДМ САУ, коррекция которой выполняется последовательными КУ с передаточной $W_{п.с}(s)$, изображена на рис. 7.3.

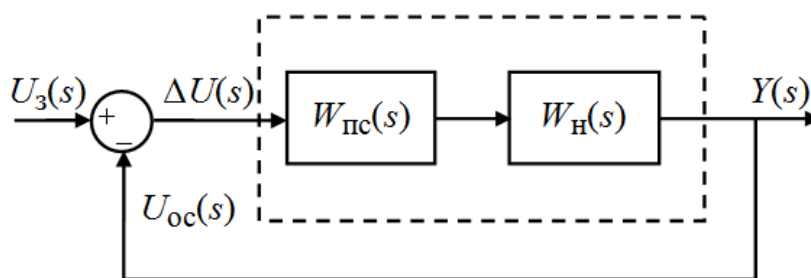


Рис. 7.3

Из схемы (рис. 7.3) видно, что передаточная функция разомкнутой скорректированной системы описывается выражением вида:

$$W_c(s) = W_{п.с}(s)W_H(s), \quad (7.1)$$

где $W_{п.с}(s)$ – передаточная функция разомкнутой нескорректированной системы.

Подставив $s = j\omega$ в выражение (7.1), получим

$$W_c(j\omega) = W_{п.с}(j\omega)W_H(j\omega).$$

Перейдя от АФЧХ к ЛАЧХ, имеем:

$$20\lg|W_c(j\omega)| = 20\lg|W_{п.с}(j\omega)| + 20\lg|W_H(j\omega)|$$

или

$$L_c(\omega) = L_{п.с}(\omega) + L_H(\omega).$$

Отсюда находим, что

$$L_{п.с}(\omega) = L_c(\omega) - L_H(\omega). \quad (7.2)$$

В формуле (7.2) $L_c(\omega)$ – это ЛАЧХ скорректированной системы, которая не должна существенно отличаться от желаемой ЛАЧХ $L_{ж}(\omega)$. Поэтому, подставив в выражение (7.2) вместо $L_c(\omega)$ желаемую ЛАЧХ $L_{ж}(\omega)$, получим:

$$L_{п.с}(\omega) = L_{ж}(\omega) - L_H(\omega). \quad (7.3)$$

Формула (7.3) показывает, что ЛАЧХ последовательного КУ равна разности между ЛАЧХ желаемой и нескорректированной системы. Таким образом, для получения ЛАЧХ последовательного КУ:

1) строится асимптотическая ЛАЧХ $L_H(\omega)$ нескорректированной системы и желаемая ЛАЧХ $L_{ж}(\omega)$;

2) из ординат желаемой ЛАЧХ вычитаются ординаты нескорректированной системы для получения искомой ЛАЧХ $L_{п.с}(\omega)$;

3) по виду ЛАЧХ $L_{п.с}(\omega)$ определяется передаточная функция последовательного КУ $W_{п.с}(s)$.

Пример получения ЛАЧХ последовательного КУ путем графического вычитания представлен на рис. 7.4.

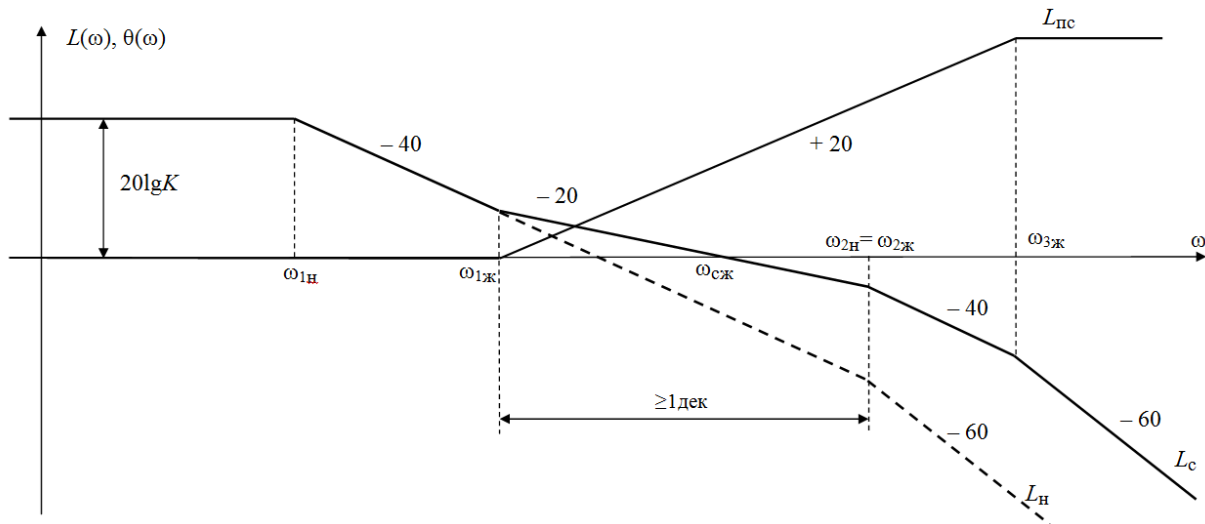


Рис. 7.4

Анализ ЛАЧХ $L_{п.с}(\omega)$ показывает, что

$$W_{п.с}(s) = \frac{T_1 s + 1}{T_2 s + 1}, \quad (7.4)$$

где $K_{п.с} = 1$, $T_1 = 1/\omega_{1ж}$, $T_2 = 1/\omega_{3ж}$.

Далее решается задача технической реализации КУ. Обычно в качестве КУ используются электрические RC -цепи постоянного тока. Поэтому по виду полученной ЛАЧХ $L_{п.с}(\omega)$ входят в таблицы корректирующих RC -цепей и выбирают наиболее подходящую схему корректирующего RC -контура.

Так, например полученная ЛАЧХ $L_{п.с}(\omega)$ может быть реализована дифференцирующим RC -контуром 1-го порядка.

После выбора схемы корректирующего RC -контура с помощью формульных соотношений определяют его параметры R_i , C_i . При этом необходимо учитывать параметры ЛАЧХ $L_{п.с}(\omega)$ и входное сопротивление последующего элемента управляющего устройства, являющееся нагрузкой для КУ. Если число формульных соотношений

для определения параметров R_j , C_j меньше их количества, то исходя из инженерных соображений задаются каким-либо одним параметром. После определения параметров контура из каталога резисторов и конденсаторов выбирают те, номиналы которых близки к расчетным значениям.

На заключительном этапе синтеза КУ проверяется удовлетворение требованиям, предъявляемым к проектируемой системе. С этой целью строится переходная характеристика.

Пример решения задачи

Пример 7.1. Синтезируйте методом ЛАЧХ последовательное КУ для ССЧСГ, ССДМ которого показана на рис. 4.2.

Решение: Передаточная функция разомкнутой нескорректированной ССЧСГ в соответствии с выражением (4.1) имеет вид:

$$W(s) = \frac{F(s)}{\Delta F(s)} = W_I(s)W_{II}(s)W_{oc}(s) = \frac{K_{ИУ}K_u K_{дв}K_{СГ}}{(T_{УСП}s+1)(T_M s+1)(T_B s+1)} =$$

$$= \frac{K}{(T_{УСП}s+1)(T_M s+1)(T_B s+1)} = \frac{17,2784}{(0,0125s+1) \cdot (0,4s+1) \cdot (0,02s+1)}.$$

Для построения асимптотической ЛАЧХ разомкнутой нескорректированной ССЧСГ по ее передаточной функции определим:

1) уровень низкочастотной части ЛАЧХ ССЧСГ:

$$L_{НЧ} = 20 \lg K = 20 \lg 17,2784 = 24,75 \text{ Дб};$$

2) частоты сопряжения, зависящие от соответствующих постоянных времени:

$$\omega_1 = \frac{1}{T_M} = \frac{1}{0,4} = 2,5 \text{ рад/с};$$

$$\omega_2 = \frac{1}{T_B} = \frac{1}{0,02} = 50 \text{ рад/с};$$

$$\omega_3 = \frac{1}{T_{УСП}} = \frac{1}{0,0125} = 80 \text{ рад/с}.$$

Поскольку передаточная функция ССЧСГ не имеет интегрирующих звеньев, то низкочастотный участок асимптотической ЛАЧХ (рис. 7.5) представляет собой прямую линию на уровне $L_{нч} = 4,75$ Дб.

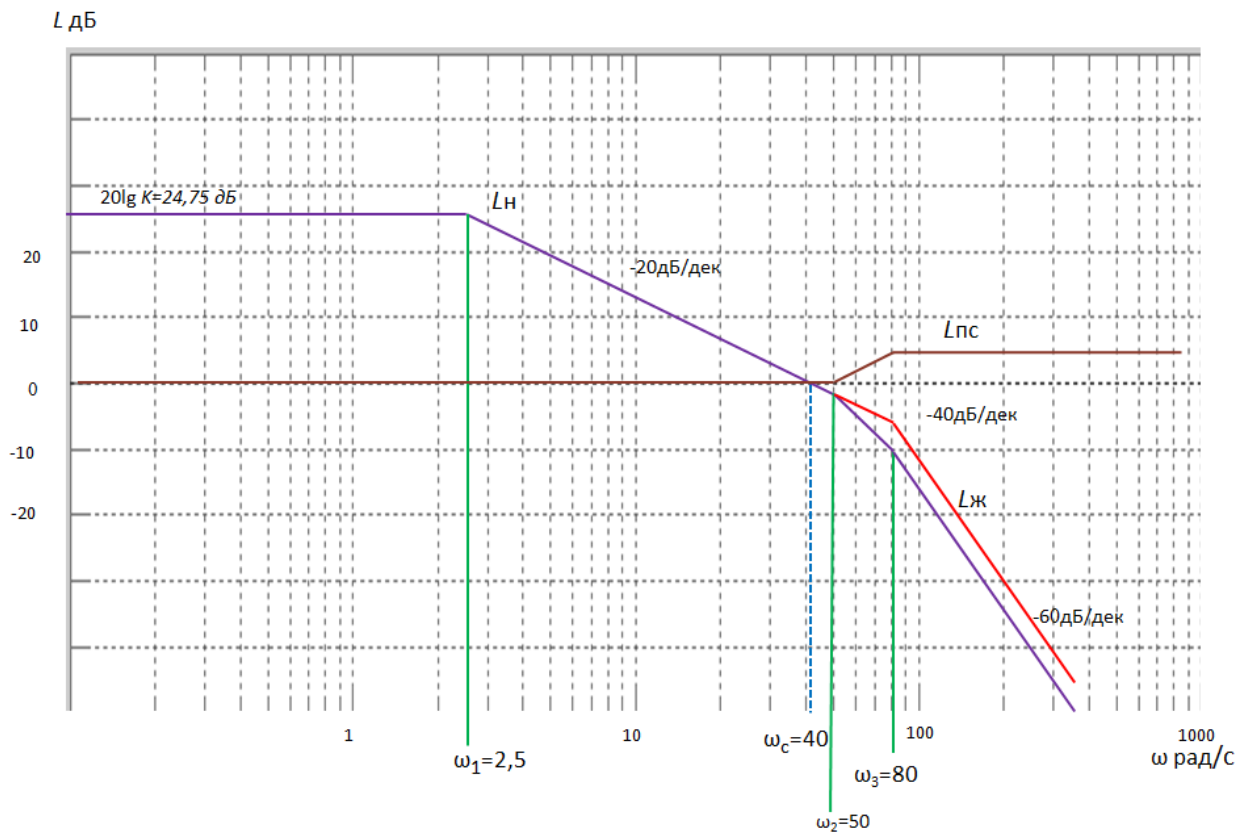


Рис. 7.5

Первое инерционное звено начинает работать с частоты ω_1 , что придает ЛАЧХ угол наклона -20 дБ/дек. На частоте ω_2 вступает в работу второе инерционное звено, поэтому угол наклона ЛАЧХ увеличивается до -40 дБ/дек, а на частоте ω_3 за счет влияния третьего инерционного звена – до -60 дБ/дек.

Среднечастотный участок (ω_1, ω_2) определяет запас устойчивости системы и в значительной мере форму переходной характеристики $h(t)$.

Для того чтобы замкнутая ССЧСГ имела необходимые запасы устойчивости по фазе θ_3 и амплитуде L_3 , приемлемые значения перерегулирования σ и времени регулирования t_p , необходимо выполнение трех условий:

- 1) ЛАЧХ вблизи частоты среза ω_c должна иметь наклон -20 дБ/дек;
- 2) протяженность среднечастотного участка должна быть не меньше декады, т. е. $\omega_2/\omega_1 \geq 10$;

3) отношение максимальной частоты участка с наклоном -20 дБ/дек к частоте среза должно быть от 2 до 4, т. е. должно выполняться условие $2 \leq \omega_2/\omega_c \leq 4$. Эти неравенства определяют не только длину среднечастотного участка ЛАЧХ с наклоном -20 дБ/дек, но и положение частоты среза на этом участке.

Из анализа ЛАЧХ нескорректированной разомкнутой системы $L_H(\omega)$ следует, что для среднечастотного участка не выполняется третье условие, так как $\omega_2/\omega_c = 50/40 = 1,25$. Для того чтобы упростить построение желаемой ЛАЧХ примем частоту ее среза $\omega_{с.ж}$, равной частоте среза нескорректированной системы ω_c . Поэтому для построения желаемой ЛАЧХ достаточно будет продлить длину среднечастотного участка вправо за счет увеличения ω_2 до 80 рад/с. В этом случае $\omega_2/\omega_c = 80/40 = 2$, что соответствует границе допустимого значения. Увеличение ω_2 больше 80 рад/с нецелесообразно, поскольку приведет к усложнению корректирующего устройства. Наклон высокочастотного участка желаемой ЛАЧХ должен быть равен наклону высокочастотного участка ЛАЧХ нескорректированной системы, т. е. -60 дБ/дек.

Для получения искомой ЛАЧХ последовательного КУ из ординат желаемой ЛАЧХ вычитаются ординаты ЛАЧХ нескорректированной системы в соответствии с выражением (7.3) и по ее виду определяют передаточную функцию последовательного КУ $W_{пс}(s)$.

Анализ ЛАЧХ $L_{пс}(s)$ показывает, что она может быть реализована дифференцирующим контуром 1-го порядка:

$$W_{пс}(s) = K_{пс} \frac{T_2 s + 1}{T_3 s + 1},$$

где

$$K_{пс} = 1, T_2 = 1/\omega_2, T_3 = 1/\omega_3.$$

Поскольку для рассматриваемого варианта задания частоту среза $\omega_{с.ж}$ желаемой ЛАЧХ целесообразно оставить равной частоте среза ω_c нескорректированной ЛАЧХ, то номограммы Солодовникова (см. рис. 7.2) можно использовать для определения требуемого времени регулирования t_p при заданном перерегулировании σ .

При $\sigma = 25\%$ получим

$$t_p = \frac{3\pi}{\omega_{cp}} = \frac{3 \cdot 3,14}{40} = 0,2355 \text{ с.}$$

Для проверки выполнения требований, предъявляемых к проектируемой системе, построим переходную характеристику системы с разработанным КУ (рис. 7.6) и оценим качество переходного процесса.

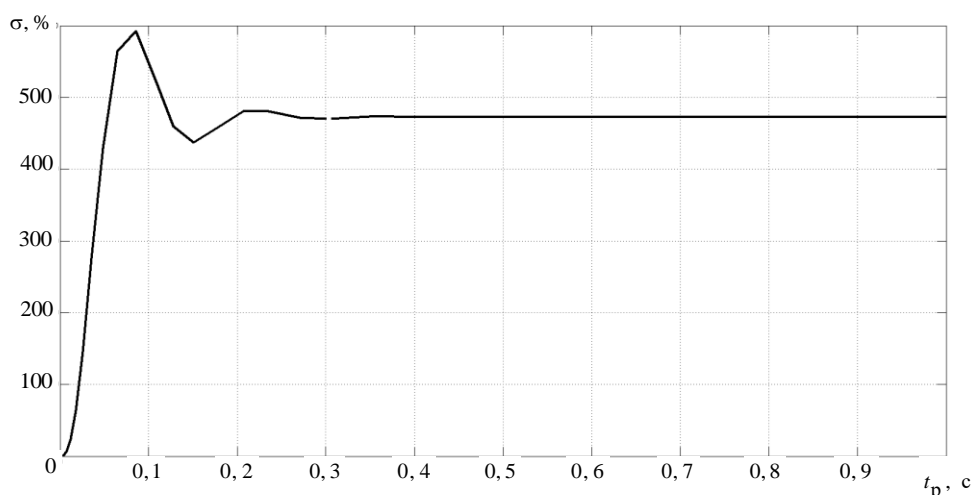


Рис. 7.6

Из графика (рис. 7.6) переходной характеристики видно, что перерегулирование и время регулирования соответствуют заданным значениям:

$$\sigma = \frac{590 - 470}{470} \cdot 100\% = 25,53\%;$$

$$t_p = \frac{3\pi}{\omega_c} = \frac{3 \cdot 3,14}{40} = 0,2355 \text{ с.}$$

Если перерегулирование и время регулирования не соответствуют заданным значениям, то необходимо определить желаемую частоту среза $\omega_{с.ж}$ по номограмме Солодовникова и заново построить желаемую ЛАЧХ.

Задание для самостоятельного выполнения

Решите пример 7.1, используя в качестве исходных данных значения параметров, приведенные в табл. 7.1.

Таблица 7.1

Вариант	$K_{ИУ},$ В/Гц	K_u	$K_{дв}$	$K_я$	$K_{СГ},$ (Гц·с)/рад	$K_1,$ 1/(Н·м·с)	T_m	T_B	$T_{УСП}$	t_p	$M_H,$ Н·м	$f_0,$ Гц	$\Delta U_{я},$ В	$\sigma,$ %
			рад/(В·с)				с							
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	3	3,11	1,205	200	0,41	5	0,2	0,02	0,01	0,2	0,1	300	1	20
2	4	4,22	1,304	210	0,42	6	0,3	0,02	0,01	0,25	0,2	400	2	25
3	5	5,33	1,408	220	0,43	7	0,4	0,03	0,02	0,3	0,3	500	3	30
4	6	3,11	1,205	230	0,44	8	0,2	0,01	0,005	0,2	0,4	600	4	20
5	7	4,22	1,304	200	0,45	9	0,3	0,03	0,015	0,25	0,2	300	1	25
6	3	5,33	1,408	210	0,46	10	0,4	0,03	0,015	0,3	0,1	400	2	30
7	4	3,11	1,205	220	0,47	11	0,2	0,01	0,005	0,2	0,2	500	3	20
8	5	4,22	1,304	230	0,49	12	0,3	0,04	0,01	0,25	0,3	600	4	25
9	6	5,33	1,408	200	0,41	13	0,4	0,02	0,01	0,3	0,4	300	1	30
10	7	3,11	1,205	210	0,42	14	0,2	0,02	0,005	0,2	0,2	400	2	20
11	3	4,22	1,304	220	0,43	15	0,4	0,02	0,015	0,25	0,1	500	3	25
12	4	5,33	1,408	230	0,44	14	0,4	0,03	0,015	0,3	0,2	600	4	30
13	5	3,11	1,205	200	0,45	13	0,2	0,02	0,001	0,2	0,3	300	1	20

Окончание табл. 7.1

08

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>	<i>11</i>	<i>12</i>	<i>13</i>	<i>14</i>	<i>15</i>
14	6	4,22	1,304	210	0,46	12	0,3	0,02	0,005	0,25	0,4	400	2	25
15	7	5,33	1,408	220	0,47	11	0,4	0,04	0,02	0,3	0,2	500	3	30
16	3	3,11	1,205	230	0,49	10	0,2	0,015	0,005	0,2	0,1	600	4	20
17	4	4,22	1,304	200	0,41	9	0,3	0,04	0,001	0,25	0,2	300	1	25
18	5	5,33	1,408	210	0,42	8	0,4	0,04	0,02	0,3	0,3	400	2	30
19	6	3,11	1,205	220	0,43	7	0,2	0,025	0,005	0,2	0,4	500	3	20
20	7	4,22	1,304	230	0,44	6	0,3	0,015	0,005	0,25	0,2	600	4	25
21	3	5,33	1,408	200	0,45	5	0,4	0,035	0,015	0,3	0,1	300	1	30
22	4	3,11	1,205	210	0,46	4	0,2	0,02	0,005	0,2	0,2	400	2	20
23	5	4,22	1,304	220	0,47	3	0,3	0,04	0,02	0,25	0,3	500	3	25
24	6	5,33	1,408	230	0,49	2	0,4	0,05	0,02	0,3	0,4	600	4	30
25	5	4,22	1,706	227	0,48	10	0,4	0,02	0,01	0,2	0,2	500	2	20
26	4	5,33	1,805	210	0,45	6	0,3	0,03	0,01	0,25	0,3	400	3	25
27	3	3,11	1,205	220	0,43	7	0,3	0,02	0,01	0,3	0,2	600	4	30
28	4	4,22	1,304	200	0,44	8	0,4	0,03	0,01	0,2	0,3	300	1	20

Контрольные вопросы

1. Назовите показатели САУ, на которые влияет вид низкочастотного участка.
2. Перечислите требования, предъявляемые к среднечастотному, промежуточному и высокочастотному участкам САУ.
3. Каков порядок построения ЛАЧХ последовательного корректирующего устройства?
4. Как определяется частота среза желаемой ЛАЧХ?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бесекерский, В. А. Теория систем автоматического регулирования : учебное пособие / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов. – 4-е изд., перераб. и доп. – Санкт-Петербург : Изд-во «Профессия», 2004. – 752 с.

2. Погодицкий, О. В. Теория автоматического управления : учебное пособие / О. В. Погодицкий, Н. А. Малев. – Казань : Казанский государственный энергетический университет, 2010. – 268 с.

3. Дьяконов, В. П. MATLAB 6/6.1/6.5 + Simulink 4/5 в. Основы применения : полное руководство пользователя / В. П. Дьяконов – Москва : Солон-Пресс, 2002. – 767 с.

4. Кудинов, Ю. И. Теория автоматического управления (с использованием MATLAB – SIMULINK) : учебное пособие / Ю. И. Кудинов, Ф. Ф. Пашенко. – 3-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 312 с. – Текст : электронный // ЭБС «Лань». – URL: <https://e.lanbook.com/book/205955> (дата обращения: 27.06.2022). – Режим доступа : для авториз. пользователей.

5. Коновалов, Б. И. Теория автоматического управления : учебное пособие для вузов / Б. И. Коновалов, Ю. М. Лебедев. – 6-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 220 с. – Текст : электронный // ЭБС «Лань». – URL: <https://e.lanbook.com/book/238508> (дата обращения: 27.06.2022). – Режим доступа : для авториз. пользователей.

СОДЕРЖАНИЕ

Перечень сокращений	3
Введение	4
Практическое занятие № 1. Формы представления математических моделей элементов систем автоматического регулирования	5
Практическое занятие № 2. Определение частотных характеристик систем автоматического регулирования	16
Практическое занятие № 3. Безынерционное, интегрирующее и дифференцирующее звенья	22
Практическое занятие № 4. Передаточные функции систем автоматического управления	32
Практическое занятие № 5. Алгебраические и частотные критерии устойчивости систем автоматического регулирования	40
Практическое занятие № 6. Расчет показателей качества процесса управления	59
Практическое занятие № 7. Синтез корректирующих устройств	69
Список литературы	82

Учебное издание

**СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ
И УПРАВЛЕНИЯ**

Практикум

В двух частях

Часть 2

Составители: **Бутаков** Валерий Михайлович,
Павлов Павел Павлович,
Погодицкий Олег Владиславович,
Хуснутдинов Азат Назипович

Кафедра электротехнических комплексов и систем КГЭУ

Редактор *И. В. Краснова*
Корректор *М. С. Беркутова*
Компьютерная верстка *Ю. Ф. Мухаметшиной*

Подписано в печать 19.12.2022.
Формат 60×84/16. Усл. печ. 4,82. Уч.изд л. 1,74.
Заказ № 448/эл.

Редакционно-издательский отдел КГЭУ.
420066, Казань, ул. Красносельская, 51