ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2018, том 82, № 10, с. 1403–1407

УДК 539.1.01,512.583

АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НУКЛОННЫХ СИСТЕМ ПРИ НАЛИЧИИ ПРАВИЛ СУПЕРОТБОРА ПО ИЗОСПИНУ

© 2018 г. М. И. Кириллов[1], А. С. Никитин[1], А. С. Ситдиков[1, *]

[1]*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Казанский государственный энергетический университет", Казань, Россия*

**E-mail: airat_vm@rambler.ru*

Дана формулировка простой алгебраической модели с правилами суперотбора по изоспину. Модель апробирована на малонуклонных системах и показано, что физически реализуемые состояния, соответствующие связанным состояниям этих нуклонов, можно получить с помощью методов симметрических моноидальных C^*-категорий, объектами которых служат G-модули, а морфизмами — G-инвариантные гомоморфизмы.

DOI: 10.1134/S0367676518100137

ВВЕДЕНИЕ

В физике внутренние симметрии связаны с характером взаимодействия и порождают динамические правила суперотбора, связанные с зарядами. Такие симметрии описываются с помощью компактных групп G глобальных калибровочных преобразований и в абелевом случае это могут быть электрический, барионный, лептонный и т.п. заряды, а в неабелевом случае — изоспин, цвет и др. "неабелевы" заряды. В дальнейшем мы сосредоточимся на неабелевом случае.

Заряды связаны с суперотборными секторами, которые индексируются собственными значениями так называемого суперотборного оператора и поэтому характеризуются значениями зарядов. Суперотборный оператор разбивает гильбертово пространство физических состояний на семейство ортогональных подпространстви в этом плане они соответствуют суперотборным секторам.

Правила суперотбора запрещают любые переходы между этими секторами без изменения значений зарядов в них. В роли переносчиков зарядов выступают полевые операторы, поэтому переходы между суперотборными секторами могут осуществляться лишь при участии полей. В каждом из этих ортогональных подпространств реализуются классы эквивалентности неприводимых "физически интересных" представлений алгебры наблюдаемых [1–3], и поэтому можно сказать, что поля в данном контексте появляются автоматическим образом как сплетающие операторы неприводимых представлений алгебры наблюдаемых.

В работе [4] было показано, что множество классов унитарно-эквивалентных представлений компактной группы G находится в однозначном соответствии с суперотборными секторами, а именно, они действуют в соответствующих гильбертовых подпространствах. Поэтому суперотборную структуру алгебры наблюдаемых можно описать также и с помощью представлений компактной группы G.

Эти представления с математической точки зрения образуют моноидальную тензорную симметрическую C^*-категорию [5, 6]. В такой категории определены три алгебраические операции, являющиеся необходимыми элементами суперотборной структуры: операция сопряжения, перестановочная симметрия и композиция. Это позволяет строить суперотборную структуру на математическом фундаменте, где операции перехода к античастице, статистика сектора и сложение зарядов позволяют дать упомянутым математическим операциям ясную физическую интерпретацию.

В данной работе нами построена простая алгебраическая модель для описания малонуклонных систем во внутреннем изотопическом пространстве. В основе модели лежит категория ***hilb*** тензорных степеней гильбертова пространства, базисом которого служат изометрии ψ_i $(i = 1, 2)$, удовлетворяющие условиям (3) и (4) и которые порождают алгебру Кунца $\mathcal{O}_2$ [7]. Другими словами, объекты этой категории суть $obj\boldsymbol{hilb} = \{\mathcal{H}, \mathcal{H}\otimes\mathcal{H}, ...\}$, $\mathcal{H} = Lin\{\psi_i\}_{i=1,2}$. В этих гильбертовых пространствах реализуются тензорные степени представления группы $SU(2)$, которые индексируются с помощью квантовых чисел изоспина {0; 1/2; 1; 3/2; ...}, и правило произведения объектов категории позволяет описать сложение изоспинов и получить соответствующие суперотборные сектора.

На заключительном этапе эта модель применяется для описания малонуклонных систем и показывается, что изометрические сплетающие операторы (элементы алгебры Кунца), которые не инвариантны относительно действия группы G, позволяют получать из вакуумного сектора изотопические заряды суперотборных секторов. Такие сплетающие операторы мы интерпретируем как полевые операторы, переносящие заряды между секторами. Среди изометрических операторов, сплетающих вакуумный сектор с остальными, есть оператор, остающийся поточечно фиксированным при действии группы G. Такая изометрия получается следующим образом. В алгебре эндоморфизмов есть проектор, который определяет подобъект, соответствующий антисимметричному подпространству и который сплетается с вакуумом указанной изометрией. Поэтому сектор, соответствующий детерминанту специального объекта [5, п. 3], имеет минимальное значение изоспинового квантового числа и тем самым позволяет находить устойчивые связанные состояния нуклонов.

1. МОДЕЛЬ

Как уже было сказано во введении, в соответствии с теорией суперотборных секторов, гильбертово пространство $\mathcal{H}$ физических состояний разбивается на сумму ортогональных подпространств $\mathcal{H}_i$ (называемых суперотборными секторами), которые нумеруются собственными значениями суперотборного оператора. В случае наблюдаемых, связанных с пространственными или пространственно-временными областями, представления C^*-алгебры $\mathcal{A}$ наблюдаемых, удовлетворяющие критерию отбора

$$\pi|_{\mathcal{A}(R'^3)} \cong \pi_0|_{\mathcal{A}(R'^3)}, \tag{1}$$

где $\cong$ означает унитарную эквивалентность, действуют в подпространствах $\mathcal{H}_i$, не "выталкивая" вектора состояний из этих подпространств. Здесь R'^3 – причинное дополнение к $V \subset R^3$. Представления, удовлетворяющие условию отбора (1), называются представлениями Допличера–Хаага–Робертса (ДХР-представлениями) и обозначаются как $(\mathcal{H}_i, \pi_i)$. Среди всех возможных секторов $\mathcal{H}_i$ есть так называемый вакуумный сектор, содержащий вакуумный вектор $|0\rangle$. Такое вакуумное представление обозначим как $(\mathcal{H}_0, \pi_0)$ [1–3]. Множество ДХР-представлений, удовлетворяющих критерию отбора (1) с математической точки зрения образует симметрическую тензорную C^*-категорию $\boldsymbol{rep_{DHR}}(\mathcal{A})$-категорию так называемых ДХР-представлений.

Внутренняя симметрия данной физической системы задается калибровочной группой G, которая оставляет алгебру наблюдаемых $\mathcal{A}$ поточечно фиксированной. В случае неабелевой калибровочной группы $SU(2)$ изотопических вращений суперотборные сектора нумеруются изоспиновыми квантовыми числами $T = 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; \ldots$. Каждое подпространство $\mathcal{H}_{TT_z}$ с фиксированным значением изоспина T, но с разными значениями его проекций $T_z = 2T + 1$ связано с эквивалентными представлениями алгебры наблюдаемых $\mathcal{A}$.

Если только суперотборная структура задана, мы можем построить полевую алгебру, элементы которой (т.е. полевые операторы) осуществляют переходы между секторами и играют роль сплетающих операторов. Гильбертово пространство

$$\mathcal{H} = \oplus_T \oplus_{T_z=-T}^{T} \mathcal{H}_{TT_z}, \tag{2}$$

в котором действует полевая алгебра и которое представляет собой прямую сумму когерентных подпространств, нумеруемых собственными значениями оператора T, находится во взаимно однозначном соответствии с неприводимыми представлениями группы $SU(2)$. Эти представления также образуют симметрическую тензорную C^*-категорию, которую обозначим как $\boldsymbol{rep(G)}$. Категория $\boldsymbol{rep_{DHR}}(\mathcal{A})$ в свою очередь, изоморфна как категории локализованных эндоморфизмов $\boldsymbol{end}\mathcal{A}$, порожденных тензорными степенями некоторого $\rho: \mathcal{A} \to \mathcal{A}$ размерности d, так и категориям $\boldsymbol{hilb}$ и $\boldsymbol{rep(G)}$. Категория $\boldsymbol{end}\mathcal{A}$ также является симметрической тензорной C^*-категорией. Произведение объектов категории определяется как $\rho^r\rho^s = \rho^{r+s}\left(\rho^m = \underbrace{\rho \otimes \rho \ldots \otimes \rho}_{m}\right)$. Если объект ρ является специальным [5], пространства морфизмов $t \in (\rho^r, \rho^s)$ этой категории порождают алгебру Допличера–Робертса [5].

Центральным элементом в такой модельной конструкции является построение C^*-алгебры скрещенного произведения $\mathcal{A} \rtimes \mathcal{T}$ [6], которая играет роль полевой алгебры. Эта алгебра содержит $\mathcal{A}$ в качестве подалгебры, остающейся поточечно фиксированной относительно действия компактной группы G, причем группа G является группой автоморфизмов скрещенного произведения. Другими словами, группа G оказывается замкнутой подгруппой группы $aut(\mathcal{A} \rtimes \mathcal{T})$. В случае алгебры "внутренних" наблюдаемых, эндоморфизм ρ порождается фундаментальным мультиплетом (3), (4). Поэтому C^*-динамическую систему $(\mathcal{A}, \rho)$ можно отождествить с C^*-динамической системой$(\mathbb{O}_G, \sigma_G)$, где $\mathbb{O}_G$ – поточечно фиксированная подалгебра алгебры $\mathbb{O}_d$ относительно действия G (на языке теории групп в этом случае G является стабилизатором $\mathbb{O}_G$ в $\mathbb{O}_d$), σ_G – сужение канонического эндоморфизма σ алгебры $\mathbb{O}_d$ к алгебре $\mathbb{O}_G$.

В случае $G \subseteq SU(d)$ r-я тензорная степень представления $\pi^{1/2}$ действует как унитарный оператор в $\mathcal{H}^r$, и пространства G-инвариантных сплетающих операторов $\left(\mathcal{H}^r, \mathcal{H}^s\right)_{SU(d)}$ порождаются операторами

$$v(p_n) = \sum_{i_1 i_2 \ldots i_n} \psi_{i_1} \ldots \psi_{i_n} \psi^*_{i_{p(n)}} \ldots \psi^*_{i_{p(1)}}, \qquad (2')$$

где $p_n \in \boldsymbol{P}_n$ и

$$S = \frac{1}{\sqrt{d!}} \sum_{p_d \in \boldsymbol{P}_d} \operatorname{sign}(p)\, \psi_{p(1)} \ldots \psi_{p(d)}, \qquad (2'')$$

где $S \in \left(\iota, \mathcal{H}^d\right)_{SU(d)}$, $\iota \equiv \mathcal{H}^0 = \boldsymbol{C}, \boldsymbol{P}_n$ – симметрическая группа (см. [6]).

Теперь, учитывая, что изоспин нуклонов имеет две проекции, ограничимся случаем $d = 2$ и построим моноидальную категорию $\boldsymbol{rep(G)}$ тензорных степеней неприводимого представления $\pi^{1/2}$ компактной группы $SU(2)$, объекты которой суть

$$Obj\boldsymbol{rep}(\boldsymbol{G}) =$$
$$= \{\iota, \pi^{1/2}, (\pi^{1/2})^{\otimes 2}, (\pi^{1/2})^{\otimes 3}, \ldots (\pi^{1/2})^{\otimes r}, \ldots (\pi^{1/2})^{\otimes s}, \ldots\},$$

где $\pi^{1/2} \otimes \pi^{1/2} \equiv (\pi^{1/2})^{\otimes 2}$, ...; $r, s \in \boldsymbol{N}_0$. Морфизмы в этой категории – сплетающие операторы таких представлений. В физическом плане бинарная операция тензорного произведения “$\otimes$” соответствует векторному сложению изоспинов.

В качестве ортонормированного базиса гильбертова пространства $\mathcal{H}_{TT_z}$, где действуют неприводимые представления $\pi^{1/2}$, выберем мультиплет ψ_i ($i = 1, 2$), удовлетворяющий соотношениям

$$\psi_i^* \psi_j = \delta_{ij} I, \qquad (3)$$

$$\sum_i^{d=2} \psi_i \psi_i^* = I, \qquad (4)$$

который порождает *-алгебру ${}^0\mathbb{O}_2$, пополнение которой по C^* норме образует алгебру Кунца $\mathbb{O}_2$. Линейная оболочка $Lin\{\psi_i\}_{i=1}^{d=2}$ данного мультиплета образует d-мерное (в данном случае двумерное) гильбертово пространство $\mathcal{H}_{TT_z}$ со скалярным произведением, представляемым как $(\psi, \psi')\, I = \psi^* \psi'$, где $\psi, \psi' \in \mathcal{H}_{TT_z}$. Такое гильбертово пространство назовем каноническим. Его тензорные степени $\mathcal{H}^r_{TT_z}$ ($r = 0, 1, 2, \ldots$) образуют подкатегорию $\boldsymbol{hilb}$, где морфизмы – сплетающие операторы. Объекты $\boldsymbol{hilb}$ образуют G-модули, в которых действуют непрерывные унитарные представления (т.е. $Obj\boldsymbol{rep}(\boldsymbol{G})$) группы G. Морфизмами в этом случае являются G-модульные гомоморфизмы $\left(\mathcal{H}^r_{TT_z}, \mathcal{H}^s_{TT_z}\right)_G$. Эта конструкция позволяет нам определить подалгебру ${}^0\mathbb{O}_G \subset {}^0\mathbb{O}_2$ алгебры Кунца ${}^0\mathbb{O}_2$ – алгебру наблюдаемых следующим образом. Поскольку индуктивный предел последовательности

$$\left(\mathcal{H}^r_{TT_z}, \mathcal{H}^{r+k}_{TT_z}\right)_G \to^{\otimes 1} \left(\mathcal{H}^{r+1}_{TT_z}, \mathcal{H}^{r+1+k}_{TT_z}\right)_G \to^{\otimes 1} \ldots \to$$
$$\to^{\otimes 1} \left(\mathcal{H}^{r+n}_{TT_z}, \mathcal{H}^{r+n+k}_{TT_z}\right)_G \to^{\otimes 1} \ldots,$$

где $\left(\mathcal{H}^r_{TT_z}, \mathcal{H}^{r+k}_{TT_z}\right)_G \to^{\otimes 1} \left(\mathcal{H}^{r+1}_{TT_z}, \mathcal{H}^{r+1+k}_{TT_z}\right)_G$ – инъективное отображение морфизмов, определяет при фиксированном k некоторое банахово пространство ${}^0\mathbb{O}^k_G$, то, суммируя по всем k, получаем $\boldsymbol{Z}$-градуированную C^*-алгебру ${}^0\mathbb{O}_G = \oplus^0_{k \in \boldsymbol{Z}} \mathbb{O}^k_G$, в которой действует эндоморфизм σ_G. Замыкание этой алгебры $\overline{{}^0\mathbb{O}_G}$ приводит к подалгебре $\mathbb{O}_G$ алгебры Кунца.

2. МАЛОНУКЛОННЫЕ СИСТЕМЫ

В качестве одного из приложений модели рассмотрим возникновение связанных состояний частиц, состоящих из двух-, трех- и четырех нуклонов при наличии правил суперотбора по изоспину.

Для начала построим для этого случая категорию $\boldsymbol{rep(G)}$ тензорных степеней неприводимого представления $\pi^{1/2}$ компактной группы $SU(d = 2)$, замкнутую относительно прямых сумм. Действие элемента группы

$$\left[\pi^l(g)\right](\psi_1, \psi_2) = f(\alpha\psi_1 + \gamma\psi_2, \beta\psi_1 + \delta\psi_2),$$
$$g = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \in G = SU(2)$$

на мультиплет ψ_1 и ψ_2, удовлетворяющий (3) и (4), при $l = 1/2$ определим стандартным образом:

$$\pi^{1/2}\psi_1 = \alpha\psi_1 + \gamma\psi_2,\ \ \pi^{1/2}\psi_2 = \beta\psi_1 + \delta\psi_2,$$

где $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ – матричные элементы фундаментального представления группы $SU(2)$. Образуя из базисных элементов ψ_1 и ψ_2 антисимметричный тензор

$$e_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1\psi_2 - \psi_2\psi_1) \tag{5}$$

и симметричные тензоры

$$e_2 = \psi_1^2,\; e_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1\psi_2 + \psi_2\psi_1),\; e_4 = \psi_2^2, \tag{6}$$

играющие роль ортонормированного базиса в тензорном квадрате $\mathcal{H}^2_{TT_z}$ размерности 4, порожденным линейной оболочкой $Lin\{\psi_i\psi_j\}_{i,j=1}^{d=2}$, получим матрицу представления $\pi^{1/2}\otimes\pi^{1/2} = \pi^0\oplus\pi^1$, которая является прямой суммой тривиального ($l = 0$) и трехмерного векторного ($l = 1$) представлений.

При этом (5), (6) соответствуют равновероятным состояниям двух нуклонов, изначально не поляризованных по изоспину, т.е. отвечают за возможные состояния *pp*, *nn*, *np* и *pn*, где *p* — состояние протона, *n* — нейтрона.

В случае трех частиц, получаем 8-мерное гильбертово пространство $\mathcal{H}^3_{TT_z} = Lin\{\psi_i\psi_j\psi_k\}_{i,j,k=1}^{d=2}$ с базисом

$$e_1 = \hat{e}_1\psi_1,\; e_2 = \hat{e}_1\psi_2; \tag{7}$$

$$\begin{aligned} e_3 &= -\frac{\sqrt{3}}{3}\hat{e}_3\psi_1 + \frac{\sqrt{6}}{3}\hat{e}_2\psi_2,\\ e_4 &= -\frac{\sqrt{6}}{3}\hat{e}_4\psi_1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\hat{e}_3\psi_2; \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned} e_5 &= \hat{e}_2\psi_1,\; e_6 = \frac{\sqrt{6}}{3}\hat{e}_3\psi_1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\hat{e}_2\psi_2,\\ e_7 &= \frac{\sqrt{3}}{3}\hat{e}_4\psi_1 + \frac{\sqrt{6}}{3}\hat{e}_3\psi_2,\; e_8 = \hat{e}_4\psi_2, \end{aligned} \tag{9}$$

где через $\hat{e}_i\,(i = 1, 2, 3, 4)$ обозначены соответственно базисы (5), (6). При этом матрица представления $\pi^{1/2}\otimes\pi^{1/2}\otimes\pi^{1/2}$ разлагается в прямую сумму неприводимых представлений $2\pi^{1/2}\oplus\pi^{3/2}$, где представление $\pi^{1/2}$ появляется с кратностью два и ему соответствуют элементы базиса (7) и (8). Элементы базиса (9) соответствуют при этом представлению $\pi^{3/2}$ и проекциям $T_z = 3/2, 1/2, -1/2, -3/2$.

Аналогично, для четырех частиц получаем пространство состояний вида $\mathcal{H}^4_{TT_z} = Lin\{\psi_i\psi_j\psi_k\psi_l\}_{i,j,k,l=1}^{d=2}$, которое является 16-мерным. Однако можно найти такой базис, в котором матрица представления разлагается в прямую сумму $2\pi^0\oplus 3\pi^1\oplus\pi^2$ неприводимых представлений, где изосинглетное представление появляется с кратностью два, изотриплетное представление — с кратностью три, а неприводимое представление, соответствующее значению $T = 2$, имеет единичную кратность. Приведем здесь лишь выражения для базисных векторов, соответствующих изосинглетному представлению:

$$\begin{aligned} e_1 = \frac{1}{2}(&\psi_1\psi_2\psi_1\psi_2 - \psi_1\psi_2\psi_2\psi_1 -\\ &- \psi_2\psi_1\psi_1\psi_2 + \psi_2\psi_1\psi_2\psi_1), \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned} e_2 = \frac{\sqrt{3}}{3}(&\psi_1\psi_1\psi_2\psi_2 - \frac{1}{2}\psi_1\psi_2\psi_1\psi_2 -\\ &- \frac{1}{2}\psi_2\psi_1\psi_1\psi_2 - \frac{1}{2}\psi_1\psi_2\psi_2\psi_1 - \frac{1}{2}\psi_2\psi_1\psi_2\psi_1 +\\ &+ \psi_2\psi_2\psi_1\psi_1. \end{aligned} \tag{11}$$

Рассмотрим сначала хорошо изученную двухнуклонную систему. Система из двух нуклонов может иметь изоспин либо $T = 0$ либо $T = 1$. Такую же схему связи имеет и обычный спин. Поэтому гильбертово пространство состояний (2) для двухнуклонной системы состоит из прямой суммы двух подпространств, одно из которых представляет собой антисимметрическую часть с базисом (5) а другое — симметрическую с базисом (6).

Используя (5), (6), введем операторы проектирования для двухнуклонных состояний: SS^* на антисимметрическое, и KK^*, LL^*, MM^* на симметрическое подпространства, где $S = \frac{1}{\sqrt{2}}\times(\psi_1\psi_2 - \psi_2\psi_1)$ (см. (2")), $K = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1\psi_2 + \psi_2\psi_1)$, $L = \psi_1^2$, $M = \psi_2^2$.

Нетрудно увидеть, что проектор SS^* оставляет неизменным нейтрон-протонное антисимметричное состояние, обращая в нуль все остальные, проектор LL^* оставляет неизменным двухнейтронное состояние, обращая в нуль все остальные, проектор KK^* не меняет симметричное нейтрон-протонное состояние, обращая в нуль все остальные, и наконец, проектор MM^* оставляет неизменным двухпротонное состояние, обращая в нуль все остальные. Оператор MM^* может быть рассмотрен и как оператор двух обычных электрических зарядов, который проектирует на двухпротонное состояние ψ_2^2. Не инвариантные относительно действия группы $SU(2)$ операторы KS^*, LS^*, MS^* порождают из вакуума изотопический заряд $T = 1$ и поэтому имеют смысл полевых операторов вида $e_ie_1^* \in (\mathcal{H}_{00}, \mathcal{H}_{1T_z})$, $i = 2, 3, 4$ и e_1 определяется с помощью (5), а e_i — с помощью (6). При этом G-инвариантный оператор $S = \frac{1}{\sqrt{2!}}\times\sum_{p\in P_2}\mathrm{sign}(p)\,\psi_{p(1)}\psi_{p(2)} = \frac{1}{2}(\psi_1\psi_2 - \psi_2\psi_1)$ отвечает за нулевое значение изотопического заряда и соответствует наблюдаемому дейтрону.

Таким образом, тензорная часть ядерного взаимодействия, которая зависит от взаимной ориентации спинов нуклонов, имеет большую интенсивность при минимальном изоспине и согласно данной модели, связанное состояние образуют лишь те состояния, которые получаются под действием оператора S.

Переход под действием полевого (сплетающего) оператора из состояния с $T = 0$ в состояние с $T = 1$ соответствует переходу к симметрическим подпространствам (6), что приводит к несвязанным двухнуклонным состояниям nn, pp и pn.

Обзор по связанным состояниям в системе из трех частиц содержится, например, в работе [8]. Трехнуклонная система может образовать связанное дублетное состояние с базисом (7), соответствующее минимальному изоспину системы $T = 1/2$. Такой дублет соответствует двум зеркальным ядрам с одним протоном и двумя нейтронами (ядро трития, т.е. дейтрон + нейтрон) и с одним нейтроном и двумя протонами (гелий-3, т.е. дейтрон + протон), которые согласно действию оператора (2') (при $d = 2$, $n = 3$) имеют смешанную перестановочную симметрию. Фактически вид самих операторов (представлений симметрической группы в алгебре Кунца) достаточно громоздкий. К примеру, при $d = 2$ и $n = 3$ один из $3! = 6$ операторов $\nu(p_3)$, сотвествующий перестановке (1 3 2), имеет вид $\upsilon(p_3) = \psi_1\psi_1\psi_1\overset{*}{\psi}_1\overset{*}{\psi}_1\overset{*}{\psi}_1 + \psi_1\psi_1\psi_2\overset{*}{\psi}_1\overset{*}{\psi}_2\overset{*}{\psi}_1 + \psi_1\psi_2\psi_1 \times \overset{*}{\psi}_2\overset{*}{\psi}_1\overset{*}{\psi}_1 + \psi_1\psi_2\psi_1\overset{*}{\psi}_2\overset{*}{\psi}_2\overset{*}{\psi}_1 + \psi_2\psi_1\psi_1\overset{*}{\psi}_1\overset{*}{\psi}_1\overset{*}{\psi}_2 + \psi_2\psi_1\psi_2\overset{*}{\psi}_1\overset{*}{\psi}_2\overset{*}{\psi}_2 + \psi_2\psi_2\psi_1\overset{*}{\psi}_2\overset{*}{\psi}_1\overset{*}{\psi}_2 + \psi_2\psi_2\psi_2\overset{*}{\psi}_2\overset{*}{\psi}_2\overset{*}{\psi}_2$. Другими словами, связанные состояния (e_1, e_2 и e_3, e_4 в (7), (8)) трех нуклонов с изоспином $T = 1/2$ (тритий и гелий-3) образуются с помощью смешанных представлений, а несвязанные ненаблюдаемые состояния (трех нейтронов ($3n$) и ^{3}Li) соответствуют симметричному представлению с $T = 3/2$ (базис e_5-e_8 в (9)).

Некоторые направления теоретических исследований по четырехнуклонным системам приведены в обзоре [9]. Среди всех четырехнуклонных систем ($4n$, $4p$, $1n3p$ и пр.) связанное состояние имеет лишь ядро ^{4}He, т.е. α-частица. Эксперимент показывает, что α-частица имеет нулевой спин и изоспин.

Согласно нашей модели, имеются два состояния, соответствующие изосинглетам (10), (11), которые остаются поточечно фиксированными относительно действия группы. Однако состояние, определяемое выражением (10) является произведением двух операторов S, что позволяет интерпретировать это состояние соответствующим наблюдаемой α-частице.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе предложена простая алгебраическая модель с правилами суперотбора по изоспину. Хотя здесь мы начали апробировать данную модель лишь на простых примерах, не вдаваясь в подробный анализ структуры получающейся алгебры внутренних наблюдаемых (которая, например, в случае $\mathscr{H}^2_{TTz}$ имеет вид $\left(\left(\mathscr{H}^{2-k}, \mathscr{H}^k\right)_G \subset \mathcal{O}_G, (k = 0, 1, 2)\right)$, на самом деле она позволяет осуществлять дуальное описание квантовой физической системы, поскольку симметрическая моноидальная C^*-категория является дуальным объектом к компактной группе G внутренних симметрий (см. например, [5], п.6). Поэтому такое описание позволяет ввести понятие полевых объектов как сплетающих операторов между суперотборными секторами (т.е. между объектами категории, которые индексированы значениями суперотборного заряда).

Еще раз отметим, что здесь мы рассматривали нуклонные системы лишь в изотопическом пространстве, пренебрегая пространственными и спиновыми функциями. Для построения полной сети алгебры наблюдаемых $\{\mathscr{A}_O\}_{O\subset M^4; V\subset \boldsymbol{R}^3}$ необходимо ввести в рассмотрение также и дублет дираковских протон-нейтронных полей $\psi_p(f)$, $\psi_n(f)$, симметричных относительно $SU(2)$ калибровочных преобразований с произвольными пробными функциями с $supp\, f \subseteq O$ (или $supp\, f \subseteq V$), где $supp\, f$ – носитель функции f, т.е. наименьшее подмножество, вне которого функция исчезает и $O \subseteq M^4$ (или $V \subseteq \boldsymbol{R}^3$).

Также заметим, что данная модель может быть полезна и для изучения некоторых аспектов адронных (в частности, дибарионных) резонансов, которые интенсивно обсуждаются в литературе в последнее время.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Haag R.* Local Quantum Physics. Fields, Particles, Algebras. Berlin. Heidelberg: Springer-Verlag, 1996.
2. *Хоружий С.С.* Введение в алгебраическую квантовую теорию поля. М.: Наука, 1986.
3. *Doplicher S., Haag R., Roberts J.E.* // Comm. Math. Phys. 1971. V. 23. P. 199.
4. *Doplicher S., Roberts J.E.* // Comm. Math. Phys. 1990. V. 131. P. 51.
5. *Doplicher S., Roberts J.E.* // Invent. Math. 1989. V. 98. P. 157.
6. *Doplicher S., Roberts J.E.* // Annals of Math. 1989. V. 130. P. 75.
7. *Doplicher S., Roberts J.E.* // J. of Functional Analysis. 1987. V. 74. P. 96.
8. *Ситенко А.Г., Харченко В.Ф.* // УФН. 1971. Т. 103. Вып. 3. С. 469.
9. *Харченко В.Ф.* // ЭЧАЯ. 1979. Т. 10. Вып. 4. С. 884.