

СВЕРХТЕКУЧЕСТЬ НАГРЕТЫХ ФЕРМИ-СИСТЕМ В ПРИБЛИЖЕНИИ СТАТИЧЕСКИХ ФЛУКТУАЦИЙ

© 2015 г. А. А. Хамзин^{1)*}, А. С. Никитин²⁾, А. С. Ситдиков²⁾

Поступила в редакцию 19.01.2015 г.

Проведено исследование сверхтекучих свойств конечной системы фермионов при конечных температурах в рамках оригинального метода — статического флуктуационного приближения. Данный метод, основанный на одном единственном и контролируемом приближении, позволяет корректно учесть корреляции квазичастиц и тем самым выйти за рамки модели независимых квазичастиц. В случае конечной ферми-системы, описываемой гамильтонианом БКШ, получена замкнутая самосогласованная система уравнений для расчета корреляционных функций при конечных температурах. Найдено уравнение для энергетической щели с учетом влияния флуктуационных эффектов. Показано, что учет флуктуаций приводит к “размыванию” фазового перехода в сверхтекучее состояние.

DOI: 10.7868/S0044002715090147

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы усилился интерес к системам конечного числа фермионов, что связано, в частности, с увеличением разнообразия таких систем, создаваемых и исследуемых в лабораторных условиях. Помимо таких давно известных объектов, как атомные ядра, сейчас интенсивно изучаются квантовые точки и кластеры, образованные конечным числом атомов или молекул. По крайней мере некоторые из перечисленных ферми-систем являются долгоживущими даже в высоковозбужденных состояниях и позволяют экспериментально исследовать эволюцию их свойств в зависимости от температуры. Довольно много известно о поведении так называемых нагретых (с энергией возбуждения порядка нескольких МэВ и выше) атомных ядер — об изменении их формы, коллективных колебаниях.

Основная проблема теоретического изучения сильно возбужденных систем заключается в чрезвычайно высокой плотности уровней, что делает невозможным реалистические расчеты в микроканоническом ансамбле и вынуждает прибегать к статистическому описанию. Построение эффективной статистической теории, описывающей широкий круг явлений в нагретых конечных ферми-системах, является актуальной проблемой.

При исследовании свойств высоковозбужденных конечных ферми-систем обобщаются методы

и приближения, разработанные для слабо возбужденных систем (при $T = 0$). Однако многие используемые приближения не позволяют корректно учесть корреляционные эффекты различного типа, которые могут сыграть важную роль при объяснении наблюдаемых статистических свойств.

Используя понятие температуры, оказывается возможным обобщить ряд методов, разработанных для изучения слабо возбужденных ферми-систем, на случай сильно возбужденных, когда они трактуются как нагретые. Стандартный метод исследования конечных квантовых ферми-систем при конечных температурах — это метод температурных (мацубаровских) функций Грина [1]. При помощи статистических функций Грина были получены уравнения температурного приближения случайных фаз (ПСФ) в ядре [2]. Техника мацубаровских функций Грина использовалась при обобщении на случай $T \neq 0$ теории конечных ферми-систем [3]. Существуют, однако, и иные статистические подходы, среди которых мы выделим так называемую термополевую динамику (ТПД) [4]. Окончательный вариант ТПД [5] имеет ряд преимуществ по сравнению с формализмом мацубаровских функций Грина. Так, например, ТПД в качестве рабочих инструментов использует не только технику функций Грина и диаграмм Фейнмана, но и операторные преобразования, а также концепцию зависящего от температуры вакуума. Температурные эффекты возникают в ТПД последовательным образом через зависящие от температуры вершины, что удобно для построения различных приближений. Благодаря этому в рамках ТПД достаточно просто обобщить на случай конечных температур прибли-

¹⁾Казанский (Приволжский) федеральный университет, Россия.

²⁾Казанский государственный энергетический университет, Россия.

*E-mail: airat.khamzin@rambler.ru

жения теории многих тел, хорошо работающие при нулевой температуре.

Многие приближения, применяемые в рамках ТПД, не принимают во внимание влияние флуктуаций на термодинамические характеристики, которые приводят к проявлению корреляционных эффектов. Целью настоящей работы является исследование сверхтекучих свойств нагретых ферми-систем в рамках оригинального метода, который получил название статическое флуктуационное приближение (СФП) [6–12]. Метод СФП, основанный на одном единственном и контролируемом приближении, позволяет корректно учесть влияние флуктуаций физических величин и дает возможность расчета корреляционных функций различного порядка. Сформулированный сначала для расчета термодинамических свойств спиновых систем (см., например, [6–8]), метод был обобщен для расчета других многочастичных систем с сильным взаимодействием [9–12].

Вопрос о возможности парных корреляций сверхпроводящего типа в атомных ядрах впервые обсуждался в работах [13, 14]. Н.Н. Боголюбов, основываясь на своем подходе к проблеме сверхпроводимости, сформулировал в работе [13] вариационный метод для изучения сверхтекучести ядерной материи, обобщив метод Фока [15]. В настоящее время этот подход является одним из наиболее эффективных микроскопических методов исследования структуры ядра. Авторы работы [14], исходя из существования энергетической щели между основным и первым возбужденным состоянием неколлективной природы в спектрах атомных ядер, провели аналогию с электронным спектром сверхпроводящих металлов. В соответствии с теорией сверхпроводимости [16, 17] они высказали предположение о возможности существования парного притягивающего взаимодействия и между нуклонами в атомных ядрах. Рассмотрение различных эффектов парных корреляций в конечных ферми-системах проведено в обзоре [18].

Взаимодействие, приводящее к парным корреляциям фермионов сверхпроводящего типа, имеет следующий вид:

$$H_{\text{pair}} = - \sum_{q,q'} G(q+, q-; q'-, q'+) \times \times a_{q+}^+ a_{q-}^+ a_{q'-} a_{q'+}. \quad (1)$$

В результате этого взаимодействия две частицы, находящиеся в сопряженных относительно операции отражения времени состояниях $(q'+, q'-)$, переходят в состояние $(q+, q-)$. Например, в деформированных ядрах взаимодействие (1) переводит две частицы с одного уровня среднего поля на другой.

Если считать, что силы, приводящие к парным корреляциям фермионов, являются короткодействующими (например, для нуклонов в атомном ядре), то их грубо можно представить в виде δ -функции вида $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$. Это значит, что в пространстве импульсов они являются постоянными. Поэтому и матричные элементы этих сил по собственным волновым функциям среднего поля можно приближенно считать постоянными. Это дает возможность предположить, что $G(q+, q-; q'-, q'+)$ не зависит от q и q' , т.е.

$$G(q+, q-; q'-, q'+) = G. \quad (2)$$

2. ФОРМУЛИРОВКА МЕТОДА И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим систему взаимодействующих фермионов, описываемую гамильтонианом вида

$$H = \sum_s (E_s - \lambda) a_{s\sigma}^+ a_{s\sigma} - G \sum_{s,s'} a_{s+}^+ a_{s-}^+ a_{s'-} a_{s'+}. \quad (3)$$

Операторы рождения и уничтожения фермионов $a_{s\sigma}^+, a_{s'\sigma'}$ удовлетворяют следующим перестановочным соотношениям:

$$\{a_{s\sigma}^+, a_{s'\sigma'}\} = a_{s\sigma}^+ a_{s'\sigma'} + a_{s'\sigma'} a_{s\sigma}^+ = \delta_{s,s'} \delta_{\sigma,\sigma'}, \quad (4a)$$

$$\{a_{s\sigma}, a_{s'\sigma'}\} = a_{s\sigma} a_{s'\sigma'} + a_{s'\sigma'} a_{s\sigma} = 0, \quad (4б)$$

$$\{a_{s\sigma}^+, a_{s'\sigma'}^+\} = a_{s\sigma}^+ a_{s'\sigma'}^+ + a_{s'\sigma'}^+ a_{s\sigma}^+ = 0. \quad (4в)$$

Здесь E_s — одночастичные энергии среднего поля; λ — химический потенциал, который определяется из условия сохранения числа фермионов N_f в среднем:

$$\sum_{s,\sigma} \langle a_{s\sigma}^+ a_{s\sigma} \rangle = N_f. \quad (5)$$

Перейдем в представление Гейзенберга для операторов $a_{p\sigma}, a_{p\sigma}^+$: $a_{p\sigma}^\pm(\tau) = e^{\tau H} a_{p\sigma}^\pm e^{-\tau H}$ ($\tau = it$), и запишем уравнение движения

$$\frac{da_{p\sigma}^+(\tau)}{d\tau} = [H, a_{p\sigma}^+(\tau)] =$$

$$= \xi_p a_{p\sigma}^+(\tau) + \sigma D^+(\tau) a_{p,-\sigma}(\tau).$$

Здесь

$$D^+ = -G \sum_s d_s^+, \quad \xi_p = E_p - \lambda, \quad (7)$$

где $d_s^+ = a_{s+}^+ a_{s-}^+$ — оператор рождения пары фермионов в сопряженных состояниях. Осуществив в (7) эрмитово сопряжение и замену $\sigma \rightarrow -\sigma$, получим уравнение движения для $a_{p,-\sigma}(\tau)$:

$$\frac{da_{p,-\sigma}(\tau)}{d\tau} = \sigma a_{p\sigma}^+(\tau) D(\tau) - \xi_p a_{p,-\sigma}(\tau), \quad (8)$$

где D — оператор, сопряженный к оператору D^+ . Если в (6) и (8) заменить операторы D^\pm средними значениями, то мы получим известное приближение Хартри—Фока—Боголюбова (ХФБ) [17, 18], которое приводит к модели независимых квазичастиц. Ниже мы покажем, как можно выйти за рамки данного приближения и учесть корреляции между квазичастицами.

Методика СФП применительно к рассматриваемой модели основывается на следующих двух предположениях. Во-первых, будем считать, что операторы $D^\pm(\tau)$ являются интегралами движения, т.е. удовлетворяют условию

$$[D^\pm(\tau), H] = 0. \quad (9)$$

Во-вторых, будем считать справедливым приближенное равенство

$$D^+D \simeq \langle D^+D \rangle. \quad (10)$$

Приближение (10) составляет основу СФП и позволяет учесть корреляции между квазичастицами, которые важны в системах из конечного числа фермионов. Равенства (9) и (10) позволяют проинтегрировать уравнение движения (6) и получить зависимость оператора рождения фермионов $a_{p\sigma}^+(\tau)$ от времени в аналитическом виде:

$$a_{p\sigma}^+(\tau) = \Phi_+(\tau)a_{p\sigma}^+ + \sigma\Phi(\tau)D^+a_{p,-\sigma}, \quad (11)$$

$$\Phi_\pm(\tau) = \text{ch}(\Omega_p\tau) \pm \frac{\xi_p \text{sh}(\Omega_p\tau)}{\Omega_p}, \quad (12)$$

$$\Phi(\tau) = \frac{\text{sh}(\Omega_p\tau)}{\Omega_p},$$

$$\Omega_p = \sqrt{\xi_p^2 + \langle D^+D \rangle}. \quad (13)$$

Найденная временная зависимость (11) позволяет получить замкнутую систему уравнений для определения средних значений операторов системы. Для этого воспользуемся следующими тождествами:

$$\langle A(\beta)B(0) \rangle = \langle B(0)A(0) \rangle, \quad (14a)$$

$$\langle B(0)A(-\beta) \rangle = \langle A(0)B(0) \rangle, \quad (14b)$$

где A, B — произвольные операторы; $\langle \dots \rangle = \text{Sp}(\exp(-\beta H)\alpha)\text{Sp}^{-1}(\exp(-\beta H))$ означает усреднение по равновесному статистическому ансамблю, $\beta = 1/T$. Полагая в тождествах (14) $A(\beta) = a_{p\sigma}^+(\beta)$, $B(0) = a_{p\sigma}A$, где $a_{p\sigma}^+(\beta)$ определяется из (11) при $\tau = \beta$, получим уравнения

$$\begin{aligned} \langle a_{p\sigma}a_{p\sigma}^+A \rangle + \langle a_{p\sigma}[A, a_{p\sigma}^+] \rangle &= \quad (15) \\ = \Phi_+(\beta)\langle a_{p\sigma}^+a_{p\sigma}A \rangle + \sigma\Phi(\beta)\langle D^+a_{p,-\sigma}a_{p\sigma}A \rangle, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle a_{p\sigma}^+a_{p\sigma}A \rangle &= \Phi_-(\beta)\left(\langle a_{p\sigma}a_{p\sigma}^+A \rangle + \right. \quad (16) \\ &\left. + \langle a_{p\sigma}[A, a_{p\sigma}^+] \rangle\right) - \sigma\Phi(\beta)\langle a_{p\sigma}AD^+a_{p,-\sigma} \rangle. \end{aligned}$$

Вычитая уравнение (16) из уравнения (15) и производя несложные преобразования, получим первое базовое уравнение

$$\begin{aligned} \langle n_{p\sigma}A \rangle &= \left(\frac{1}{2} - \xi_p\eta_p\right) \times \quad (17) \\ &\times \left\{ \langle A \rangle + \langle a_{p\sigma}[A, a_{p\sigma}^+] \rangle \right\} - \\ &- \sigma\eta_p \left\{ \langle a_{p\sigma}[A, D^+a_{p,-\sigma}] \rangle - \sigma G \langle n_{p,-\sigma}A \rangle \right\}, \end{aligned}$$

$$\eta_p = \frac{\text{th}(\beta\Omega_p/2)}{2\Omega_p}. \quad (18)$$

Найдем второе базовое уравнение. Полагая в тождествах (14) $A(\beta) = a_{p\sigma}^+(\beta)$, $B(0) = a_{p,-\sigma}^+B$, получим

$$\begin{aligned} \langle a_{p,-\sigma}^+a_{p\sigma}^+B \rangle + \langle a_{p,-\sigma}^+[B, a_{p\sigma}^+] \rangle &= \quad (19) \\ = \Phi_+(\beta)\langle a_{p\sigma}^+a_{p,-\sigma}^+B \rangle + \sigma\Phi(\beta)\langle D^+a_{p,-\sigma}a_{p,-\sigma}^+B \rangle, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle a_{p\sigma}^+a_{p,-\sigma}^+B \rangle &= \Phi_-(\beta)\left(\langle a_{p,-\sigma}^+a_{p\sigma}^+B \rangle + \right. \quad (20) \\ &\left. + \langle a_{p,-\sigma}^+[B, a_{p\sigma}^+] \rangle\right) - \sigma\Phi(\beta)\langle a_{p,-\sigma}^+BD^+a_{p,-\sigma} \rangle. \end{aligned}$$

Вычитая уравнение (20) из уравнения (19) и производя несложные преобразования, получим второе базовое уравнение

$$\begin{aligned} \langle d_p^+B \rangle &= \left(\frac{1}{2} - \xi_p\eta_p\right) \langle a_{p-}^+[B, a_{p+}^+] \rangle - \quad (21) \\ &- \eta_p \left\{ \langle D^+B \rangle + \langle a_{p-}^+[B, D^+a_{p-}] \rangle \right\}. \end{aligned}$$

Уравнения (17) и (21) мы назвали базовыми, поскольку они путем соответствующего выбора операторов A, B позволяют получить полную систему уравнений для всех требуемых корреляционных функций системы. Действительно, полагая в уравнениях (17) и (21) $A = B = 1$, можно получить выражения для средних значений операторов $n_{p\sigma}$ и d_p^+ :

$$\langle n_{p\pm} \rangle = \frac{1/2 - \xi_p\eta_p}{1 - G\eta_p}, \quad (22a)$$

$$\langle d_p^+ \rangle = -\eta_p \langle D^+ \rangle. \quad (22b)$$

Уравнение (22a) позволяет получить уравнение для определения химического потенциала

$$\sum_{p,\sigma} \langle n_{p\sigma} \rangle = N_f \Rightarrow \sum_p \frac{1 - 2\xi_p\eta_p}{1 - G\eta_p} = N_f, \quad (23)$$

а уравнение (22б) — основное уравнение теории Бардина—Купера—Шриффера (БКШ) [16]

$$\langle D^+ \rangle = \langle D^+ \rangle G \sum_p \eta_p \quad (24)$$

или

$$\frac{G}{2} \sum_p \frac{\text{th} \left(\beta \sqrt{\xi_p^2 + \langle D^+ D \rangle} / 2 \right)}{\sqrt{\xi_p^2 + \langle D^+ D \rangle}} = 1.$$

Учет корреляций квазичастиц (пары фермионов в сопряженных состояниях) позволяет выйти за рамки теории БКШ или ХФБ [16, 17] и получить уравнение для энергетической щели с учетом ее флуктуаций.

Полагая в (17) и (21) $A = n_{q\sigma'}$, $B = d_q$, получим замкнутую систему уравнений для определения парных корреляционных функций $\langle n_{p\sigma} n_{q\sigma'} \rangle$ и $\langle d_p^+ d_q \rangle$:

$$\begin{aligned} \langle n_{p\sigma} n_{q\sigma'} \rangle &= G \eta_p \langle n_{p,-\sigma} n_{q\sigma'} \rangle + \quad (25) \\ &+ \langle n_{p\sigma} \rangle (1 - G \eta_p) \left\{ \langle n_{q\sigma'} \rangle + \delta_{pq} \delta_{\sigma\sigma'} (1 - \langle n_{p\sigma} \rangle) \right\} - \\ &- \eta_p \left\{ G \langle d_q^+ d_p \rangle + \delta_{pq} \delta_{\sigma,-\sigma'} \langle D^+ d_p \rangle \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle d_p^+ d_q \rangle &= \delta_{pq} (1 - G \eta_p) \langle n_p \rangle^2 - \eta_p \langle D^+ d_q \rangle - \quad (26) \\ &- G \eta_p \left\{ \langle n_{p-(n_{q+} + n_{q-})} \rangle - (1 + \delta_{pq}) \langle n_p \rangle \right\}. \end{aligned}$$

Зная выражение для корреляционной функции $\langle d_p^+ d_q \rangle$, можно найти уравнения для энергетической щели,

$$\Delta^2 = \langle D^+ D \rangle = G^2 \sum_{p,q} \langle d_p^+ d_q \rangle, \quad (27)$$

и средней энергии,

$$\langle H \rangle = 2 \sum_p \xi_p \langle n_p \rangle - \frac{\Delta^2}{G}. \quad (28)$$

3. ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ЩЕЛЬ

В данном разделе получим уравнение для энергетической щели, определяемой корреляционной функцией $\langle D^+ D \rangle$ (27). Для этого умножим обе части уравнения (26) на G^2 и просуммируем по импульсам, в результате получим уравнение

$$\begin{aligned} \langle D^+ D \rangle &= G \langle D^+ D \rangle \sum_p \eta_p + \quad (29) \\ &+ G^2 \sum_p (1 - G \eta_p) \langle n_p \rangle^2 + \\ &+ G^3 \left\{ (N/2 + 1) \sum_p \eta_p \langle n_p \rangle - \sum_p \eta_p \langle n_{p-\hat{N}_f} \rangle \right\}, \end{aligned}$$

где $\hat{N}_f = \sum_q (n_{q+} + n_{q-})$ — оператор числа фермионов; N — максимальное число частиц. Корреляционную функцию $\langle n_{p-\hat{N}_f} \rangle$, входящую в уравнение (29), можно определить из уравнения (25), либо из уравнения (17), положив здесь $A = \hat{N}_f$. Выбрав второй способ, после несложных преобразований получим

$$\begin{aligned} \langle n_{p-\hat{N}_f} \rangle &= \quad (30) \\ &= \langle n_p \rangle \left\{ N_f + \frac{1}{1 - G \eta_p} - \langle n_p \rangle \right\} + \\ &+ \frac{\eta_p}{1 - G \eta_p} \langle D^+ d_p \rangle. \end{aligned}$$

Подставляя выражение (30) в (29), получим окончательно уравнение для энергетической щели:

$$\begin{aligned} \langle D^+ D \rangle &= \quad (31) \\ &= \sum_p G \eta_p \left\{ \langle D^+ D \rangle - \frac{G^2 \eta_p}{1 - G \eta_p} \langle D^+ d_p \rangle \right\} + \\ &+ G^2 \sum_p \langle n_p \rangle \left\{ \langle n_p \rangle + G \eta_p \left(\frac{N}{2} + \right. \right. \\ &\left. \left. + 1 - N_f - \frac{1}{1 - G \eta_p} \right) \right\}. \end{aligned}$$

Полученное уравнение (31) является достаточно сложным для анализа, поэтому упростим его, приняв во внимание, что $G \eta_p \ll 1$. Тогда уравнение (31) принимает вид

$$\begin{aligned} \Delta^2 &= \Delta^2 G \sum_p \eta_p + \quad (32) \\ &+ G^2 \sum_p \langle n_p \rangle \left\{ \langle n_p \rangle + G \eta_p \left(\frac{N}{2} - N_f \right) \right\}, \\ \langle n_p \rangle &\approx \frac{1}{2} - \xi_p \eta_p. \quad (33) \end{aligned}$$

Уравнения (5), (32), (33) представляют собой замкнутую систему уравнений для определения корреляционной функции $\langle D^+ D \rangle$ и химического потенциала λ .

Рассмотрим частный случай, когда в интервале энергий от E_1 до E_2 плотность одночастичных уровней среднего поля постоянна и равна $\bar{\rho}$. Полное число уровней в этом интервале $N/2 = \bar{\rho}(E_2 - E_1)$. В уравнениях (5) и (32) перейдем от суммирования к интегрированию и запишем их в виде

$$\bar{\rho} \int_{E_1}^{E_2} (1 - (E - \lambda) F(\Delta, E - \lambda, T)) dE = N_f, \quad (34)$$

$$\Delta^2 = \Delta^2 \frac{G\bar{\rho}}{2} \int_{E_1}^{E_2} F(\Delta, E - \lambda, T) dE + \quad (35)$$

$$+ \frac{G^2}{4} \left\{ N_f + \bar{\rho} \int_{E_1}^{E_2} F(\Delta, E - \lambda, T) (1 - (E - \lambda) \times \right.$$

$$\left. \times F(\Delta, E - \lambda, T)) (G(N/2 - N_f) - (E - \lambda)) dE \right\},$$

где мы ввели следующее обозначение:

$$F(\Delta, E - \lambda, T) = \quad (36)$$

$$= \frac{\text{th} \left[\left(\sqrt{\Delta^2 + (E - \lambda)^2} \right) / 2T \right]}{\sqrt{\Delta^2 + (E - \lambda)^2}}.$$

Явное аналитическое решение интегральных уравнений (35), (36) не представляется возможным, поэтому осуществим их решение численно, предварительно проанализировав полученные уравнения при $T = 0$. В случае $T = 0$ уравнения

(35), (36) примут вид

$$\bar{\rho} \int_{E_1}^{E_2} \left(1 - \frac{(E - \lambda)}{\sqrt{\Delta^2 + (E - \lambda)^2}} \right) dE = N_f, \quad (37)$$

$$\Delta^2 = \Delta^2 \frac{G\bar{\rho}}{2} \int_{E_1}^{E_2} \frac{dE}{\sqrt{\Delta^2 + (E - \lambda)^2}} + \quad (38)$$

$$+ \frac{G^2}{4} \left\{ N_f + \bar{\rho} \int_{E_1}^{E_2} \left(1 - \frac{(E - \lambda)}{\sqrt{\Delta^2 + (E - \lambda)^2}} \right) \times \right.$$

$$\left. \times \frac{(G(N/2 - N_f) - (E - \lambda)) dE}{\sqrt{\Delta^2 + (E - \lambda)^2}} \right\}.$$

Выполнив интегрирование в уравнениях (37), (38), после некоторых преобразований получим

$$\Delta = \frac{\sqrt{N_f(N - N_f)}}{2\bar{\rho} \text{sh } x}, \quad (39)$$

где x удовлетворяет следующему трансцендентному уравнению:

$$x = \frac{1}{\theta} - \frac{2\theta N^{-1} \text{ch } a \cdot \text{sh } x \left[2 \text{ch } a \cdot \text{sh } x + \text{arctg } e^{a+x} - \text{arctg } e^{a-x} + \theta \text{sh } a \cdot \text{sh } x \ln \frac{\text{ch}(a+x)}{\text{ch}(a-x)} \right]}{1 + 2N^{-1}\theta^2 \text{sh } 2a \cdot \text{sh}^2 x}, \quad (40)$$

$$a = \frac{1}{2} \ln \frac{1-n}{n}, \quad n = \frac{N_f}{N}, \quad (41)$$

$\theta = G\bar{\rho}$. Как видно из (39), при $N_f = 0$ и $N_f = N$ корреляции, так же как и в приближении ХФБ, отсутствуют. Отметим, что в теории БКШ $x_{\text{BCS}} = \theta^{-1}$.

Приведем также выражение для энергии основного состояния:

$$E_0 = \frac{N_f^2}{4\bar{\rho}} \left\{ \text{cth } x + \frac{1-n}{n \text{sh}^2 x} \left(x - \frac{1}{\theta} \right) \right\}, \quad (42)$$

которое можно получить, используя формулу для средней энергии (28) и уравнения (39), (33), положив в них $T = 0$. Отметим, что энергия основного состояния в теории БКШ равна:

$$E_0^{\text{BCS}} = (N_f^2/4\bar{\rho}) \text{cth}(\theta^{-1}).$$

На рис. 1–3, в качестве демонстрации, представлены зависимости величины x , энергетической щели Δ и энергии основного состояния E_0 соответственно от параметра θ при числе одночастичных уровней $N/2 = 50$ для различных значений

числа заполнения зоны n . Как можно видеть из представленных графиков, существенное отклонение результатов метода СФП от метода ХФБ наблюдается при малых значениях параметра θ , которые соответствуют деформированным ядрам. При этом метод СФП приводит к большему значению энергетической щели по сравнению с методом ХФБ (см. рис. 2). Однако уменьшение энергии основного состояния, как можно видеть из рис. 3, наблюдается только при значениях $n < 1/2$.

Перейдем к анализу модели при $T \neq 0$. На рис. 4 приведена зависимость энергетической щели $\Delta(T)/\Delta(0)$ от приведенной температуры T/T_c^{BCS} , где T_c^{BCS} — значение критической температуры в теории БКШ, при числе одночастичных уровней $N/2 = 50$ и значении параметра $\theta = 0.5$ для различных значений числа заполнения зоны n . Для сравнения на рисунке приведена также температурная зависимость энергетической щели в теории БКШ. Как можно видеть, в методе СФП энергетическая щель не обращается в нуль при конечных температурах, что напрямую связано с учетом

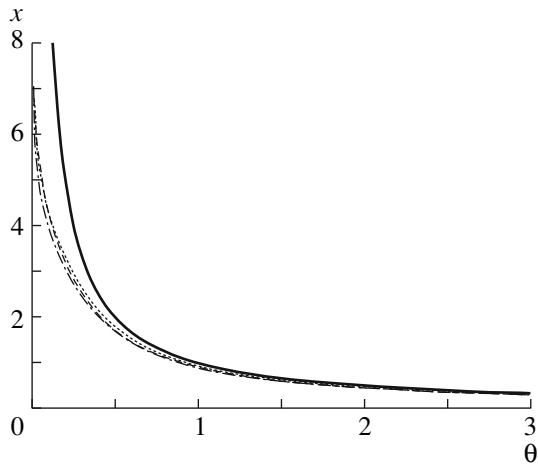


Рис. 1. Зависимость x от параметра θ при $N = 100$ для различных значений числа заполнения зоны n : штриховая кривая — $n = 0.2$, точечная — $n = 0.5$, штрихпунктирная — $n = 0.8$, сплошная жирная кривая — теория БКШ ($x_{\text{BCS}} = \theta^{-1}$).

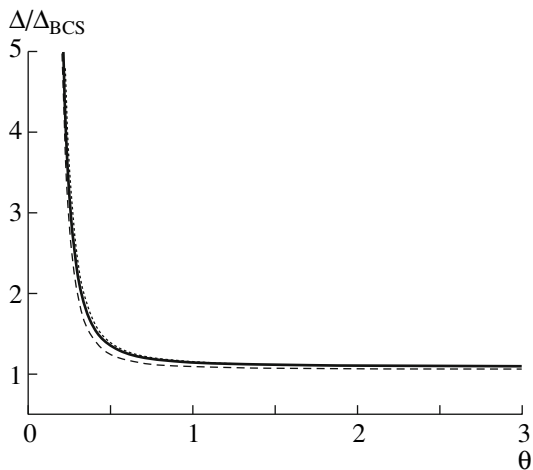


Рис. 2. Зависимость энергетической щели $\Delta/\Delta_{\text{BCS}}$ от параметра θ при $N = 100$ для различных значений числа заполнения зоны n : сплошная жирная кривая — $n = 0.2$, штриховая — $n = 0.5$, точечная кривая — $n = 0.8$.

флуктуаций щели, которые приводят к “размыванию” фазового перехода и появлению так называемого флуктуационного хвоста.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе предложен новый метод анализа сверхтекучести нагретой конечной системы фермионов, который позволил выйти за рамки модели независимых квазичастиц, используемой для исследования парных корреляций сверхпроводящего типа. Основу метода составляет приближение (10), которое дает возможность учета влияния

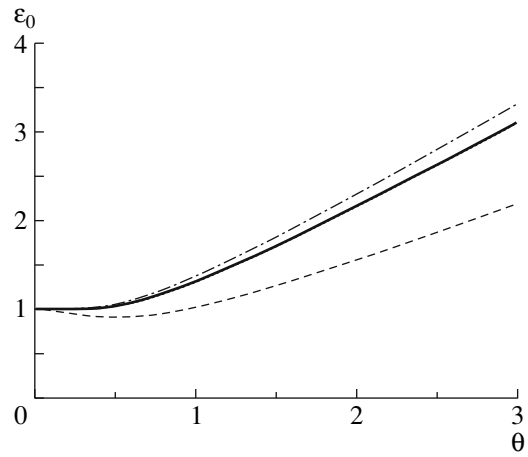


Рис. 3. Зависимость нормированной энергии основного состояния $\epsilon_0 = 4\bar{\rho}E_0/N_f^2$ от параметра θ при $N = 100$ для различных значений числа заполнения зоны n . Обозначения кривых те же, что и на рис. 1.

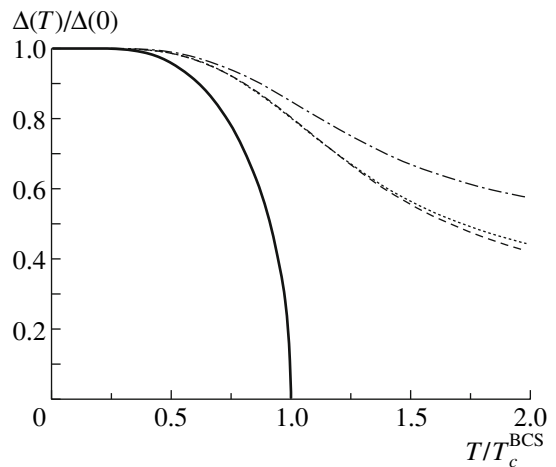


Рис. 4. Зависимость энергетической щели $\Delta(T)/\Delta(0)$ от относительной температуры T/T_c^{BCS} при $N = 100$, $\theta = 0.5$ для различных значений числа заполнения зоны n : штриховая кривая — $n = 0.3$, точечная — $n = 0.5$, штрихпунктирная — $n = 0.8$, сплошная жирная кривая — теория БКШ.

флуктуаций на сверхтекучие свойства. Именно учет флуктуаций приводит к “размыванию” перехода системы в сверхтекучее состояние.

Предлагаемый метод исследования корреляций сверхпроводящего типа в конечных ферми-системах не ограничивается только рассмотренным в работе простейшим видом парного взаимодействия, а позволяет проводить расчеты для более реалистичных потенциалов взаимодействия сверхпроводящего типа.

Авторы выражают благодарность проф. Р.Р. Нигматуллину за постановку задачи и полезные

обсуждения. Работа выполнена за счет средств субсидии, выделенной в рамках государственной поддержки Казанского (Приволжского) федерального университета в целях повышения его конкурентоспособности среди ведущих мировых научно-образовательных центров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. T. Matsubara, Prog. Theor. Phys. **14**, 351 (1955).
2. D. Vautherin and N. Vinh Mau, Nucl. Phys. A **422**, 140 (1984).
3. Г. Г. Бунатян, ЯФ **26**, 979 (1977) [Sov. J. Nucl. Phys. **26**, 518 (1977)].
4. Y. Takahashi and H. Umezawa, *Collective Phenomena*, Vol. 2 (1975).
5. У. Умедзава, Х. Мацумото, М. Тагики, *Термополяровая динамика и конденсированные состояния* (Мир, Москва, 1985).
6. R. R. Nigmatullin, Physica A **116**, 612 (1982).
7. R. R. Nigmatullin, A. A. Khamzin, and H. B. Ghassib, Phys. Rev. E **61**, 3441 (2000).
8. A. A. Khamzin and R. R. Nigmatullin, Phys. Metals Metallogr. **92**, 460 (2001).
9. R. R. Nigmatullin, A. A. Khamzin, I. I. Popov, ЖЭТФ **141**, 355 (2012) [JETP **114**, 314 (2012)].
10. V. V. Loskutov, G. I. Mironov, and R. R. Nigmatullin, Low Temp. Phys. **22**, 220 (1996).
11. M. K. Al-Sugheir, H. B. Ghassib, and R. R. Nigmatullin, Int. J. Theor. Phys. **40**, 1033 (2001).
12. A. R. Sakhel, S. I. Qashou, R. R. Sakhel, and H. B. Ghassib, Phys. Rev. A **82**, 063618 (2010).
13. Н. Н. Боголюбов, ДАН СССР **119**, 52 (1958).
14. A. Bohr, B. R. Mottelson, and D. Pines, Phys. Rev. **110**, 936 (1958).
15. V. A. Fock, Z. Phys. **61**, 126 (1930).
16. J. Bardeen, L. N. Cooper, and J. R. Schrieffer, Phys. Rev. **108**, 1175 (1957).
17. Н. Н. Боголюбов, ЖЭТФ **34**, 58 (1958) [Sov. Phys. JETP **7**, 41 (1958)].
18. В. И. Навроцка, Р. Г. Назмитдинов, ЭЧАЯ **31**, 940 (2000).

SUPERFLUIDITY OF HEATED FERMI SYSTEMS IN STATIC FLUCTUATION APPROXIMATION

A. A. Khamzin, A. S. Nikitin, A. S. Sitdikov

In this work we research the superfluidity properties of heated finite fermi systems in the framework of the original method — static fluctuation approximation. This method is based on one unique and controlled approximation, which allows to take correctly into account quasiparticle correlations and therefore allow to get out of the independent quasiparticle model. For a finite fermi system, described by BCS — Hamiltonian, we obtain a closed self-consistent system of equations for calculating the correlation functions at the finite temperatures. We also obtain an equation for the energy gap with inclusion of the influence of fluctuation effects. We show that consideration of fluctuations leads to smoothing of the phase transition to the superfluid state.