

УДК 521.1

## НАЛУННЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ ФИЗИЧЕСКОЙ ЛИБРАЦИИ ЛУНЫ: МЕТОДЫ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ

© 2020 г. Н. К. Петрова<sup>1,2,\*</sup>, Ю. А. Нефедьев<sup>1</sup>, А. О. Андреев<sup>1,2</sup>, А. А. Загидуллин<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Россия

<sup>2</sup> Казанский государственный энергетический университет, Казань, Россия

\*E-mail: Natalya.Petrova@kpfu.ru

Поступила в редакцию 19.12.2019 г.

После доработки 07.07.2020 г.

Принята к публикации 30.07.2020 г.

В статье представлены результаты компьютерного моделирования планируемых налунных наблюдений с помощью автоматизированного зенитного телескопа, который может быть установлен на любой широте Луны. Показаны достоинства налунных наблюдений по сравнению с лазерной локацией Луны. Исследованы возможность и эффективность использования этих наблюдений для определения параметров вращения Луны (физической либрации). Проанализированы требования к точности наблюдений с учетом требований к точности определения параметров вращения Луны. Представлены оценки необходимого количества телескопов и их оптимального расположения. Статья основана на докладе, сделанном на конференции “Астрометрия вчера, сегодня, завтра” (ГАИШ МГУ, 14–16 октября 2019 г.).

DOI: 10.31857/S0004629920120099

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Налунные измерения физической либрации предполагают размещение измерительной аппаратуры на лунной поверхности. Наблюдения с лунной поверхности освобождены от атмосферных флуктуаций, а также нет необходимости учитывать орбитально-вращательное движение Земли.

Преимущество нового типа наблюдений и в том, что они независимы от лазерной локации Луны (ЛЛЛ) и могут иметь даже более высокую точность. Здесь важно рассмотреть эти два принципиальных момента. Во-первых, налунные наблюдения не зависят от ЛЛЛ, это позволит выяснить, существуют ли систематические ошибки в данных ЛЛЛ, которые могут возникать из-за того, что:

1. ЛЛЛ не чувствительна к направлению, перпендикулярному к линии Земля–Луна, и, следовательно, наблюдения менее чувствительны к либрациям вокруг линии Земля–Луна.

2. ЛЛЛ-наблюдения трудно проводить в периоды новолуния и полнолуния, поэтому наблюдения синхронизированы с либрационным периодом.

3. Амплитуды ФЛЛ зависят от неопределенностей в положении налунных рефлекторов.

Во-вторых, налунные наблюдения позволяют разделить разные параметры и разные частоты, что совместно с повышением качества ЛЛЛ может существенно улучшить качество наблюдений за лунным вращением.

Космические агентства и научные организации многих стран рассматривают различные типы подобных измерений.

Так, в 2018 г. NASA объявило о проекте LSITP (Lunar Surface Instrument and Technology Payloads), в рамках которого планируется доставка на лунную поверхность посадочных модулей с оборудованием, позволяющим обеспечивать не только научные, но и коммерческие задачи. Реализация проекта намечена на начало 20-х годов.

Японские исследователи после успешной реализации миссии SELENE (Kaguya) в 2008–2010 гг. рассматривали возможность применить низкоорбитальный спутник и установленные на лунной поверхности радиомаяки для реализации метода “обратной РСДБ”. Однако компьютерное моделирование этого эксперимента [1] показало его низкую эффективность для определения параметров вращения Луны.

А вот другой планируемый Японским космическим агентством JAXA проект ILOM (In-situ Lunar Orientation Measurement) как раз показал хорошие перспективы в этом плане. В проекте ILOM рассматривается возможность установки

зенит-телескопа на одном из лунных полюсов [2]. В ходе реализации проекта планировалось измерять селенографические координаты звезд с высокой степенью точности, а по ним определять параметры вращения Луны. Есть много плюсов при установке АЗТ на полюсе:

1. Здесь хорошие условия для размещения измерительного оборудования, т.к. есть зоны постоянной тени и зоны постоянного освещения.

2. Здесь звезды движутся медленно, их количество ограничивается кольцом прецессионного движения полюса, из которого суточное вращение Луны их не выводит, все это способствует эффективной регистрации звезды и ее точному отождествлению.

3. Погрешность при получении ПВЛ при обработке одного измерения хорошо нивелируется статистикой по большому количеству звезд, снижая итоговую погрешность практически до нуля [3].

В работах [3–6] методом компьютерного моделирования были исследованы возможности проекта ИЛОМ и было показано, что он, помимо удобных условий технологического размещения аппаратуры на полюсах, дает хорошие шансы на определение параметров вращения Луны в широте и наклоне. Тем не менее описанный эксперимент имеет один, но существенный недостаток: из полярных наблюдений, как показали расчеты, невозможно определить третий параметр вращения Луны – либрацию по долготе, которая сама по себе несет много полезной информации об особенностях лунного строения.

В связи с этим представляется интересным изучение возможностей эксперимента по установке одного или нескольких автоматизированных зенитных телескопов (АЗТ) на других широтах Луны. Исследованию вопросов качества определения параметров вращения Луны в случае неполярного размещения телескопа, поиску оптимальной локализации телескопа на Луне посвящена представленная статья.

## 2. ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЭКСПЕРИМЕНТА

Применение АЗТ для определения параметров вращения Луны никогда еще не осуществлялось в истории исследования Луны, поэтому методы компьютерного моделирования являются одним из результативных способов исследования возможности и эффективности использования АЗТ для этих целей. Моделирование планируемых наблюдений позволяет реализовать:

1) определение необходимого количества АЗТ и оптимального их расположения;

2) разработку программы наблюдений, определение их продолжительности;

3) обоснование требований к точности наблюдений с учетом требований к точности определения параметров лунного вращения.

Решение поставленных задач связано с корректным построением матрицы перехода между лунной и инерциальной системами координат, а также с корректным определением координат телескопа в лунной системе.

Технические характеристики телескопа, учитываемые в процессе моделирования, мы рассматриваем такими же, как в эксперименте ИЛОМ [7]: поле зрения – 1 градус, точность определения одного измерения в поле зрения ПЗС-матрицы – не хуже 10 мс дуги, телескоп имеет азимутальную установку, его труба направлена в зенит места наблюдения. Продолжительность наблюдений будет определяться качеством аппаратуры, обеспечивающей работоспособность измерительного оборудования. Желательная продолжительность – год-полтора, чтобы иметь возможность уточнить из наблюдений долгопериодические компоненты параметров вращения Луны (ПВЛ).

Чтобы обеспечить возможность анализировать эффекты, обусловленные особенностями внутреннего строения лунного тела, в определении ПВЛ необходима точность не менее 1 мс дуги.

Определим некоторые принципиальные положения для параметров локализации налунного телескопа. Положение телескопа в динамической системе координат (ДСК), определяемой главными осями инерции Луны, задается долготой  $l_T$  и широтой  $b_T$  (рис. 1).

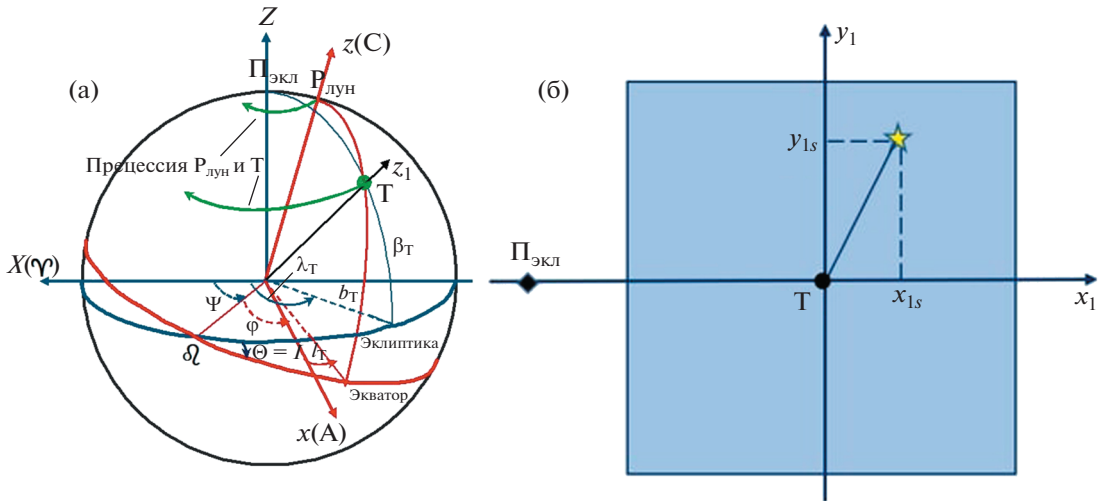
Положение ДСК относительно инерциальной, в нашем случае эклиптической, системы координат определяется углами Эйлера  $\Psi$ ,  $\Theta$ ,  $\varphi$ ,

$$\begin{aligned}\Psi &= \Omega + H \cdot \sigma \\ \Theta &= I + \rho\end{aligned}\quad (1)$$

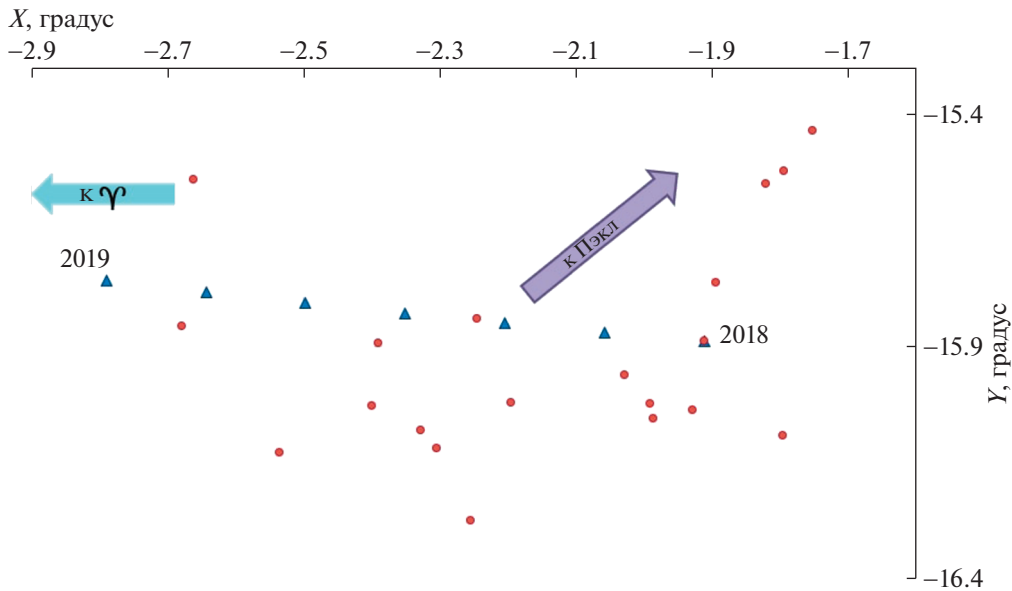
$$\varphi = l_T + F + 180^\circ + \tau + H \cdot \sigma,$$

включающими в себя углы физической либрации Луны ( $\Phi_{LL}$ ),  $\tau(t)$ ,  $\rho(t)$ ,  $I\sigma(t)$ , в долготе, наклоне и узле соответственно. Углы либрации и есть параметры вращения Луны.  $I$  – средний наклон полюса Луны  $P_{\text{лун}}$  к полюсу эклиптики  $\Pi_{\text{экл}}$ . В формуле (1) принято, что  $H = -\frac{1}{I}$ . Параметр  $F$  – аргумент широты: угловое расстояние средней долготы Луны от восходящего узла лунной орбиты  $\Omega$ . Значения углов  $\tau(t)$ ,  $\rho(t)$ ,  $I\sigma(t)$  на заданный интервал времени рассчитываются на основе аналитической теории физической либрации [8, 9].

Величину поля зрения телескопа ( $T$ ) в градусах (field of view (FVT)) при необходимости можно варьировать по ходу моделирования.



**Рис. 1.** а – Положение телескопа Т относительно эклиптической и динамической систем координат. Показаны линии обратной прецессии полюса Луны и соответствующего движения Т; б – Отображение FVT и селенографические координаты звезды в системе координат телескопа.

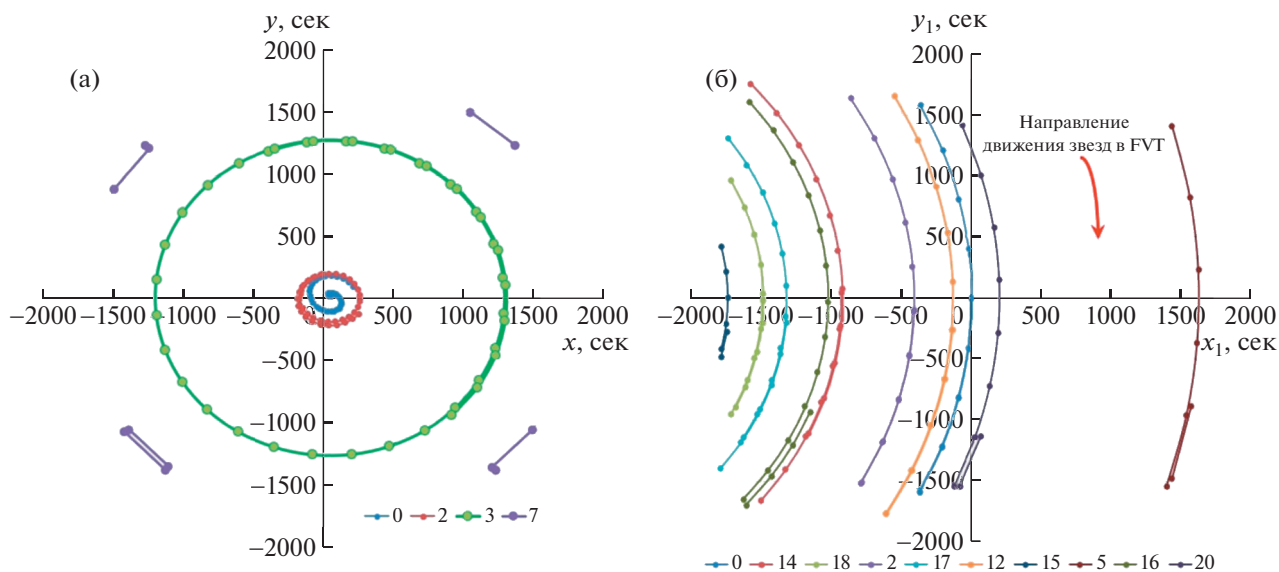


**Рис. 2.** Движение телескопа в эклиптической системе координат и звезды, координаты которых сгенерированы так, что они попадут в FVT за обозначенный период наблюдений 2018–2019 гг.

Поскольку в ходе моделирования местоположение телескопа будет меняться, не имеет смысла решать задачу о выборке для наблюдений конкретных звезд из звездных каталогов со всеми необходимыми редуками. Поэтому вместо выбора координат звезд из каталогов мы моделируем значения эклиптических координат любого заданного количества звезд, используя генератор случайных чисел, который симулирует эклиптические долготы  $\lambda$  и широты  $\beta$  “звезд” в полосе шириной, равной FVT, вдоль линии прецессионного движения телескопа (рис. 2).

Система селенографических координат звезд  $(x_1, y_1, z_1)$  в FVT определяется следующим образом: ось  $z$  направлена в зенит места установки Т и является его осью; ось  $x$  направлена вдоль меридиана, на котором стоит Т, ось  $y$  образует правостороннюю систему координат (рис. 1б).

Положение телескопа задается относительно ДСК долготой  $l_T$  и широтой  $b_T$ . Мы рассматриваем идеальную ситуацию: координаты  $l_T$  и  $b_T$  известны с абсолютной точностью. Эта идеализация достаточно далека от реальности: координа-



**Рис. 3.** Треки четырех полярных звезд (а), наблюдаемых полярным телескопом ( $l_T = 0, b_T = 90^\circ$ ) в течение 33 дней. Звезда с номером 7 появляется в его поле лишь периодически. В FVT телескопа с координатами  $l_T = 0, b_T = 89^\circ$  формы треков изменяются, некоторые звезды за указанный период появляются дважды (б).

ты объектов в ДСК определяются с большими погрешностями [10], поэтому такую модель можно рассматривать лишь как первое приближение.

На основе принятых положений получить селенографические координаты звезды в системе координат телескопа (СКТ) можно из системы уравнений,

$$\begin{aligned} x_1 &= a_1(\cos \lambda \cdot \cos \varphi + \cos \Theta \cdot \sin \lambda \cdot \sin \varphi) - \\ &\quad - b_1 \sin \Theta \cdot \sin \varphi - c_1 \sin \Theta \cdot \sin \lambda - d_1 \cos \Theta, \\ y_1 &= -a_2 \cos \lambda \cdot \sin \varphi + b_2 \cos \Theta \cdot \sin \lambda \cdot \cos \varphi - \\ &\quad - c_2 \sin \Theta \cdot \cos \varphi, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} z_1 &= a_3(\cos \lambda \cdot \cos \varphi + \cos \Theta \cdot \sin \lambda \cdot \sin \varphi) - \\ &\quad - b_3 \sin \Theta \cdot \sin \varphi + c_3 \sin \Theta \cdot \sin \lambda + d_3 \cos \Theta, \end{aligned}$$

которая получена с применением матриц поворота при переходе от эклиптической системы координат к ДСК [4] через углы Эйлера (1), и затем от ДСК к СКТ, через углы  $l_T$  и  $b_T$ . Здесь введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} a_1 &= \sin b_T \cdot \cos \beta; & b_1 &= \sin b_T \cdot \sin \beta; \\ c_1 &= \cos b_T \cdot \cos \beta; \\ d_1 &= \cos b_T \cdot \sin \beta; & a_2 &= \cos \beta; & b_2 &= \cos \beta; \\ c_2 &= \sin \beta; & d_2 &= 0; & a_3 &= \cos b_T \cdot \cos \beta; \\ b_3 &= \cos b_T \cdot \sin \beta; & c_3 &= \sin b_T \cdot \cos \beta; \\ d_3 &= \sin b_T \cdot \sin \beta \end{aligned} \quad (3)$$

$\lambda = \lambda_0 - \Psi$ ,  $\lambda_0, \beta$  – эклиптические координаты звезды.

### 3. АНАЛИЗ ТРЕКОВ ЗВЕЗД В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ШИРОТЫ РАСПОЛОЖЕНИЯ ТЕЛЕСКОПА

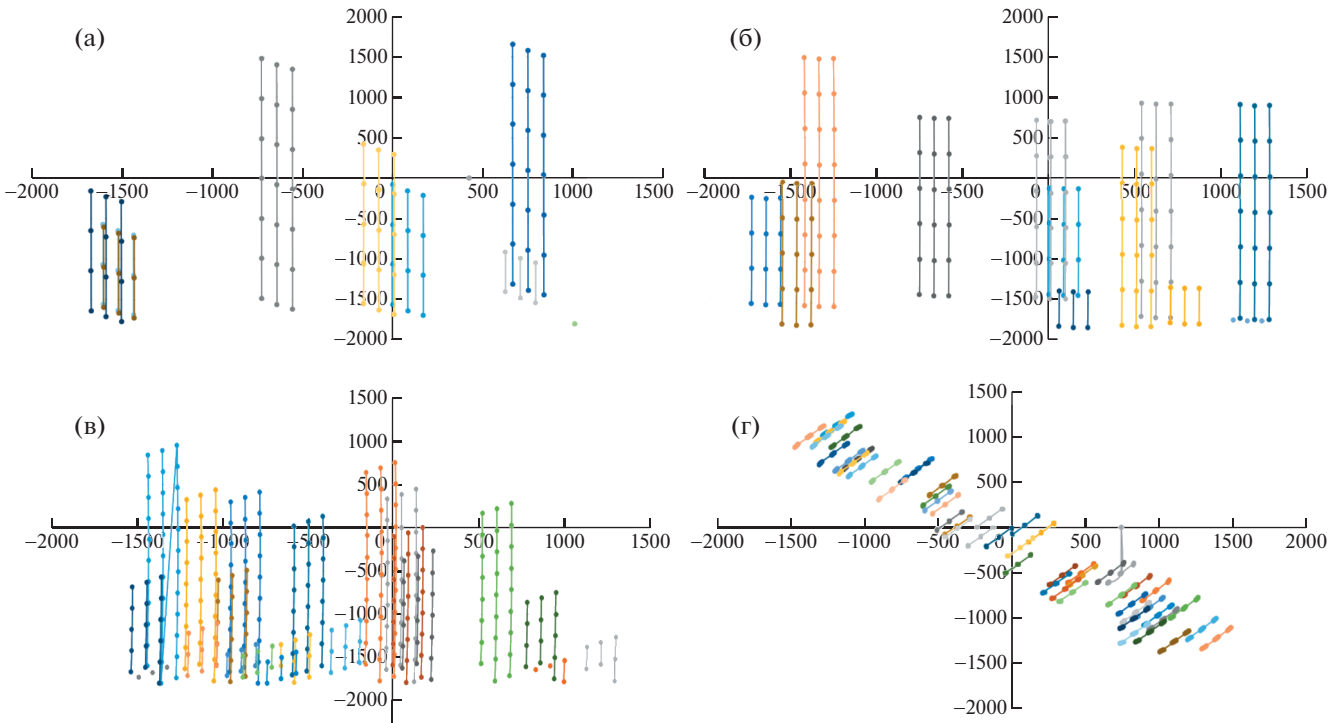
Используя полученные уравнения (2) и (3), можно воспроизвести построение звездных треков, это *прямая задача* проводимого моделирования.

В случае, если телескоп стоит близко к полюсу, полярные звезды в нем будут смещены на величину полярного расстояния телескопа. В СКТ видимость полярных звезд в его FVT =  $1^\circ$  показана на рис. 3.

Треки уже не представляют собой спирали, за 1 мес звезда может пройти часть пути, уйти из FVT и потом вновь появиться. При переходе в южные широты картина звездных треков не меняется существенно, линии становятся более прямыми. Из-за увеличения радиальной скорости вращения телескопа на низких широтах за 2 мес удается зафиксировать лишь 1–4 появления звезды, даже если регистрацию делать достаточно часто, через 15 мин (см. рис. 4).

### 4. РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ФЛЛ ДЛЯ НЕПОЛЮСНЫХ ТЕЛЕСКОПОВ

На этапе *обратной задачи* прямоугольные координаты звезды, рассчитанные в прямой задаче, рассматриваются в качестве “наблюдаемых” координат звезд и по ним рассчитываются “неизвестные” ПВЛ. В уравнении (2) эти “неизвестные” –  $\tau(t), \rho(t), I\sigma(t)$  – входят в выражения для



**Рис. 4.** Полученные в ходе решения прямой задачи треки звезд, попавших в поле зрения АЗТ, для которых рассчитаны их селенографические координаты с шагом 15 мин в первые три часа двух лунных суток. Точки — моменты фиксации звезды. Линии — звездные треки. а) Наблюдение звезд на экваторе (широта  $0^\circ$ ). В данном случае на экваторе всего 10 звезд и максимум 6 фиксации за три часа. б) На широте  $30^\circ$ . В данном случае фиксируется 11 звезд и количество новых появлений 8. в) На широте  $60^\circ$ . В данном случае наблюдается 14 звезд с максимальной фиксацией каждой 10 раз. Из них одна звезда зафиксирована лишь один раз. г) На полюсе (широта  $90^\circ$ ). В данном случае вследствие медленного движения звезд все точки трех часов наблюдений слились фактически в одну большую. Здесь все звезды, которые попали в поле зрения телескопа, не уходят из его поля видимости.

углов Эйлера (1) и могут быть найдены из этих уравнений приближенным методом [5, 6]. В ходе моделирования было показано, что система нелинейных уравнений (2), несмотря на близкий к нулю якобиан, допускает сходящееся итерационное решение градиентным методом [10].

Разработанная авторами технология и соответствующее программное обеспечение, реализующее градиентный метод, позволили получить устойчивое решение с высокой степенью точности как для полярного, так и неполярного размещения телескопа. Это означает, что, если мы на этапе прямой задачи для телескопа, установленного в любой точке Луны, получаем селенографические координаты  $x_1$ ,  $y_1$ , используя ПВЛ  $\tau^c$ ,  $\rho^c$ ,  $\sigma^c$ , вычисленные по аналитической теории [6], то на этапе обратной задачи, вводя в уравнение (2) координаты  $x_1$ ,  $y_1$ , как наблюдаемые, получаем значения ПВЛ  $\tau^o$ ,  $\rho^o$ ,  $\sigma^o$  с погрешностью менее 0.1 мс дуги:  $|\tau^o - \tau^c| < 0.1$  мс,  $|\rho^o - \rho^c| < 0.1$  мс,  $|\sigma^o - \sigma^c| < 0.1$  мс и  $l|\sigma^o - \sigma^c| < 0.1$  мс. Следовательно, градиентный метод, сам по себе, не вносит

погрешности в решение уравнения (2) в пределах требуемой для эксперимента точности для всех моделируемых местоположений телескопа.

Задача текущего моделирования — исследовать, как будет зависеть точность определения ПВЛ от широты места наблюдения в случаях, когда на этапе решения обратной задачи будут подаваться значения  $x_s^o$ ,  $y_s^o$ , полученные из наблюдений. Величины  $x_s^o$ ,  $y_s^o$  могут нести в себе и погрешности измерения, и, что главное, отличия в параметрах реальной Луны от используемой модели, заложенной в теории ФЛЛ. Другими словами, насколько будут чувствительны значения ПВЛ к изменениям в измеряемых селенографических координатах? По крайней мере, при моделировании полярных наблюдений мы показали [5, 6], что либрация по долготе абсолютно не чувствительна к наблюдениям, а погрешности в измерениях координат будут увеличивать погрешность в широте и узле в  $\sqrt{2}$  раз. А что на других широтах? Нам необходимо определить такое месторасположение АЗТ, где все три ПВЛ будут в равной степени заметно реагировать на любые изменения в измеряемых координатах. Если точ-

ность измерения хорошая, то расхождения наблюдаемых координат  $x_s^o$  и  $y_s^o$  с рассчитанными теоретически  $x_s^c$  и  $y_s^c$  по приближенной модели будут отражать их чувствительность только к неучтенным факторам в используемой модели, и тем самым давать информацию и для уточнения ее параметров, и для усовершенствования самой модели.

Для проведения анализа были выполнены расчеты прямой и обратной задач для АЗТ, расположенных на разных широтах. При азимутальной установке телескопа возникает, как это уже было показано в параграфе 3, естественная проблема: по мере уменьшения широты места наблюдения увеличивается скорость движения звезд в поле зрения телескопа, ведь АЗТ участвует в двух движениях — медленном прецессионном и быстром суточном. А это, в свою очередь, вызывает сложности синхронизации наблюдений на разных широтах, чтобы измерять ПВЛ в один и тот же момент наблюдений.

Более того, чтобы за лунные сутки наблюдать все звезды, которые на широте телескопа попадут в его поле зрения, пришлось бы генерировать огромное количество звезд и хранить в файлах их сгенерированные координаты. Это потребовало бы больших ресурсов внешней памяти, и, что не менее важно, привело бы к существенным тратам процессорного времени, что на этапе поискового моделирования является существенным препятствием для анализа результатов. Если, к примеру, брать шаг регистрации координат, равный 1 ч, то оказывалось, что на малых широтах за 1 ч наблюдения удавалось зафиксировать, в лучшем случае, одно появление звезды (рис. 3), в то время как в северных широтах регистрацию звезд можно проводить через 1–2 дня: многие звезды не покидают поле зрения даже на протяжении нескольких месяцев.

Поэтому с целью получения большего количества измерений за один момент регистрации звезд и сокращения процессорного времени на расчет мы нашли простой, хотя и не очень универсальный путь. Он опирается на тот факт, что, согласно проведенному моделированию, большинство звезд на широтах ниже  $75^\circ$  видны в телескоп не более трех часов. В течение этих трех часов координаты рассчитывались через 15 мин. По истечении выделенного времени мы скачком меняли текущее время на величину лунного дня, т.е. на 27.3 дня, и вновь наблюдали те же самые звезды, которые через такой искусственный быстрый суточный поворот Луны снова приходили в поле АЗТ. В результате, мы провели тройную серию наблюдений по три часа, фиксируя через 15 мин координаты одних и тех же звезд в каждой серии (рис. 4).

По сути дела, используемый нами режим обусловлен описанной особенностью наблюдений звезд на азимутальной установке телескопа. Для получения необходимого результата мы должны были смоделировать процесс, который в реальности вряд ли может быть воспроизведен: 7 телескопов, установленных на разных широтах, одновременно фиксируют координаты разного количества звезд в течение длительного времени. Чтобы соблюсти одновременность и “поймать” звезды на южных широтах, нам необходимо производить фиксацию хотя бы через 15 мин и каждое измерение сохранять в оперативной памяти или в файлах. За лунные сутки только для одного телескопа при условии, что за месяц в его поле зрения пребывает 20–40 звезд, таких измерений будет порядка 80 тысяч. Но за месяц одна звезда (на южных широтах) даст 2–3 измерения, что для статистики, естественно, недостаточно. Поэтому процесс “наблюдений” мы должны были бы проводить хотя бы 3 лунных дня. Это привело к тому, что для одного телескопа расчет продолжался в течение 80–100 мин, в зависимости от количества звезд, основное время уходило на работу с файлами, а хранить огромные потоки данных в оперативной памяти не представляется возможным.

Причем, естественно, что у нас не было готового алгоритма моделирования, его мы отработывали в ходе изучения не всегда сразу понятного поведения звезд, поэтому было нерационально тратить часы на ожидание результата для анализа полученного решения и корректировки алгоритма. После полного осознания того, почему звезды на разных широтах ведут себя так, как это показано на рис. 4, мы смогли разработать описанный режим наблюдения — три часа измерений в начале каждого месяца, позволивший нам решить поставленную задачу: выявить чувствительность ПВЛ к измеряемым селенографическим координатам звезд на разных широтах. Это режим, или “расписание”, наблюдений не может быть реализован на практике: только компьютер способен мгновенно перескакивать через 27 дней, но именно такой способ фиксации координат звезд и решение соответствующей обратной задачи позволили нам в достаточно приемлемое время решить поставленную задачу.

Используемая методика наблюдений позволила, во-первых, зафиксировать большое количество измерений звезд при их прохождении через FVT, а во-вторых, существенно сократила время расчета. Для всех широт мы получали необходимые значения и координат, и ПВЛ, в одни и те же моменты времени — это важное условие для адекватного анализа результатов.

Таким образом, мы провели расчеты для семи широт, на которых может быть установлен телескоп: от  $0^\circ$  до  $90^\circ$  с интервалом в  $15^\circ$ . Мы показа-

ли, что от долготы места наблюдения зависит только время появления звезды в FVT, но не качество наблюдений. Поэтому мы ограничились рассмотрением размещения телескопов на первом меридиане, где их селенографическая долгота всегда равна нулю.

Из анализа представленных на рис. 4 треков мы видим, что на южных широтах число точек регистрации меньше по сравнению со средними и северными широтами. На широте  $90^\circ$  (северный полюс) мы видим отрезки спиралей практически всех выбранных звезд: они кружатся во время наблюдения вокруг центра телескопа, очень медленно уходя от него по мере прецессионного движения лунного полюса, за три часа наблюдений точки измерений мало отличаются друг от друга, сливаясь, создают ощущение “кляксы”.

Для проверки чувствительности ПВЛ к изменениям в селенографических координатах звезд мы случайным образом изменяли на  $\pm 10$  мс значения  $x_s^c$  и  $y_s^c$ , полученные на этапе прямой задачи, а затем измененные данные вводили в решение обратной задачи и проверяли, как три ПВЛ реагируют на эти изменения в “наблюдаемых” координатах. По каждой звезде, в итоге, мы получали ПВЛ на все моменты регистрации координат.

Серия графиков (рис. 5), демонстрирующих своего рода невязки (О–С), т.е. разности между исходным значением ПВЛ, по которым были рассчитаны  $x_s^c$  и  $y_s^c$ , и его значением, полученным по измененным селенографическим координатам, стали основой для анализа результатов проведенного моделирования. На рис. 5 мы имеем возможность сравнить, как меняются (О–С) в зависимости от широты наблюдения для всех трех ПВЛ.

Анализ поведения остаточных разностей на разных широтах позволяет нам сделать следующие выводы.

1. Максимальная чувствительность  $\xi$  в ПВЛ из-за изменений  $\epsilon$  в селенографических координатах  $x_s$  и  $y_s$  для  $\rho$  и  $\sigma$  получается при наблюдении на полюсе:  $\xi = \sqrt{2}\epsilon$ , и для  $\tau$  на экваторе  $\xi = \epsilon$ . Либрация в долготе из полярных наблюдений вообще не определяется.

2. При наблюдениях на экваторе, наоборот, хорошо определяется не только либрация в долготе  $\tau$ , но и два других параметра (углы либрации в наклоне  $\rho$  и в узле  $\sigma$ ) тоже могут быть определены, хотя они уже менее чувствительны к изменениям в селенографических координатах, чем в северных широтах. Если цель наблюдения — исследовать именно либрацию в долготе  $\tau$ , то размещение АЗТ желательно реализовать на широте  $\pm 3^\circ$  (чтобы избежать экранирования Землей, если  $T$  ставить вблизи первого меридиана).

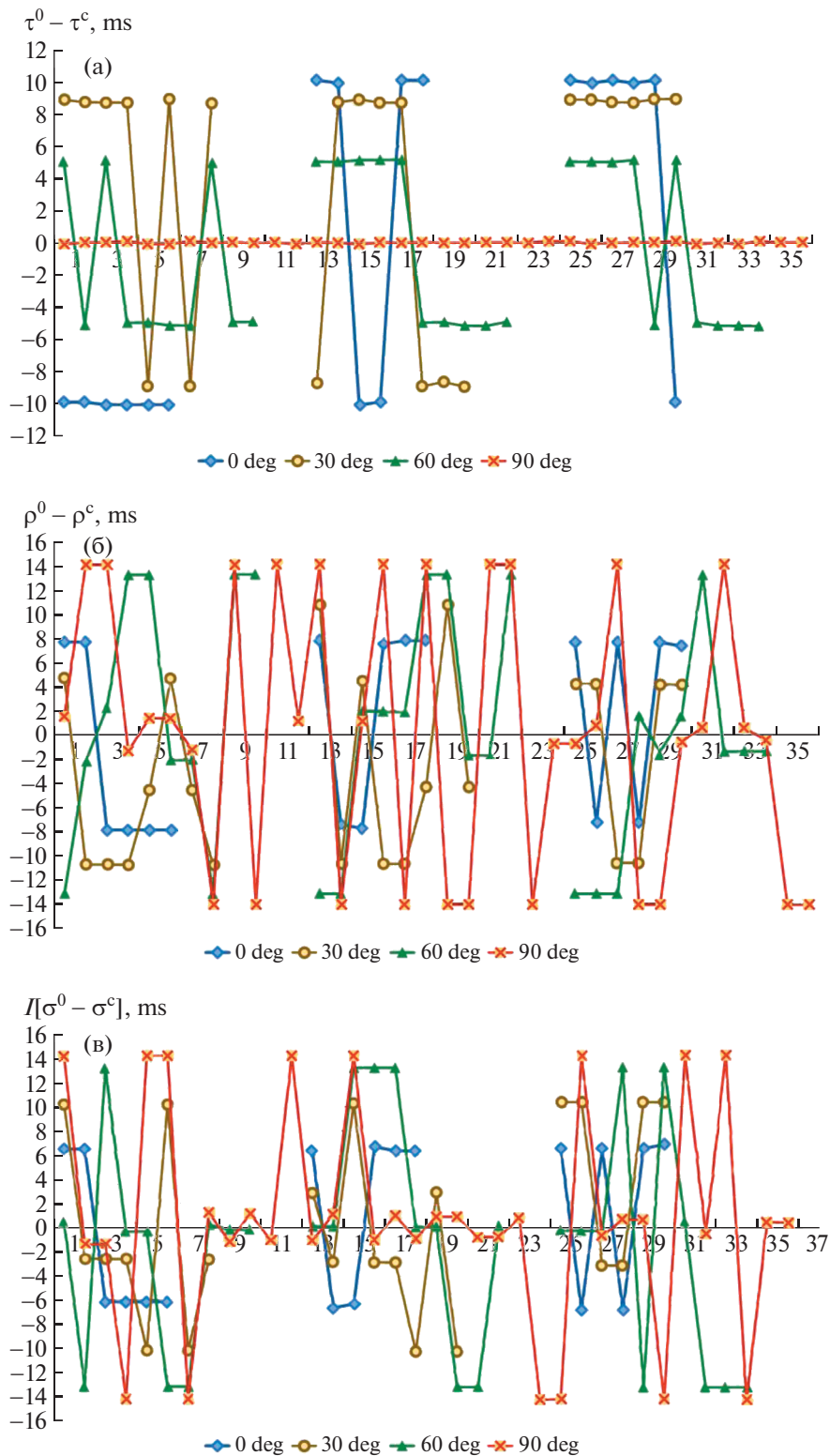
3. На широте  $30^\circ$ – $45^\circ$  все три ПВЛ имеют практически одинаковую погрешность  $\xi \cong \epsilon$ , что, по нашему мнению, делает эти широты оптимальными для размещения телескопа, пригодного для определения всех трех ПВЛ, в равной степени реагирующих на вариации селенографических координат.

4. Как и следовало ожидать, погрешности (О–С), полученные усреднением по всем звездам на один момент наблюдений, на всех широтах практически сводятся к нулю в силу случайного характера введенных нами изменений в каждый момент времени. Поэтому необходимо сформировать расписание будущих наблюдений так, чтобы в одно и то же время было в поле зрения как можно больше звезд. Если бы изменения в наблюдаемых координатах носили характер не случайных, а каких-либо функциональных изменений, связанных, например, с применением несовершенной модели вращения Луны, то на усредненном графике могут появиться и систематические сдвиги, и периодические вариации, которые, в свою очередь, могут стать наблюдательной основой для уточнения параметров модели.

5. Относительным “минусом” наблюдений на неполярных АЗТ, помимо отсутствия подходящих условий для измерительного оборудования и частичного экранирования звезд Солнцем, является сравнительно большая скорость движения звезд в поле зрения телескопа, что может затруднять и регистрацию, и отождествление звезд. Однако, если учесть, что скорость вращения Луны в 27 раз медленнее земной, то можно оценить, что скорость движения звезд при наблюдениях на лунном экваторе соответствует скорости звезд на широте  $\sim 88^\circ$  на Земле. Технология наблюдений с такими скоростями на Земле, скорее всего, уже имеется, и при тщательном планировании расписания предстоящих наблюдений проблем с регистрацией и отождествлением наблюдаемых объектов не должно возникать.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Современный уровень проводимых и планируемых исследований Луны характеризуется высокой точностью наблюдений и разнообразием наблюдательных методов, важное место среди которых, в силу специфики условий на Луне, занимает изучение ФЛЛ. Поэтому требуются новые способы анализа большого количества высокоточных данных по наблюдению ПВЛ и извлечению из них максимального количества полезной информации о Луне. В этом контексте опыт проведения авторами компьютерной симуляции наблюдений телескопом, установленным на лунной поверхности, показывает, что подобного рода эксперимент открывает новые возможности для обнаружения тонких эффектов во вращении Лу-



**Рис. 5.** Графики (О–С) в определении ПВЛ по одному наблюдению на разных широтах установки АЗТ: в разные моменты времени “наблюдаемые координаты звезды”  $x_s$  и  $y_s$  испытывали случайные вариации в пределах  $\pm 10$  мс. На оси абсцисс показаны порядковые номера каждого измерения звезды, происходящего через 15 мин после предыдущего для всех трех серий измерений.



ны, которые, в свою очередь, позволят проникнуть в сложную структуру ее внутреннего строения.

Компьютерное моделирование состояло из двух этапов. Первый — *прямая задача моделирования*: расчет селенографических координат звезд на основе выбранной динамической модели лунного тела и параметров вращения Луны, рассчитываемых по аналитической теории вращения Луны, построенной для модели твердой Луны. Второй этап — *обратная задача моделирования*: по рассчитанным на первом этапе селенографическим координатам вычисляются параметры вращения Луны и анализируются остаточные разности при сравнении с исходными данными. Градиентный метод, применяемый для обратной задачи, дает высокую степень точности. На этом же этапе вносятся контролируемые погрешности в “наблюдаемые” координаты и анализируется чувствительность к ним получаемых ПВЛ. Результаты обратной задачи — это основа для последующих этапов исследования, в том числе и для решения обратной задачи физической либрации Луны: уточнения по остаточным разностям характеристик внутреннего строения Луны.

В представленной статье описана методика компьютерного моделирования наблюдений на лунном АЗТ, который может быть расположен в любой точке лунной поверхности. Обоснованы критерии, по которым определяется эффективность наблюдения ПВЛ, представлен графический материал, на основании которого проведен анализ результатов исследования.

По анализу моделируемых остаточных разностей сделаны выводы, что для определения углов либрации в наклоне и узле эффективным будет размещение АЗТ на лунном полюсе, а для определения либрации по долготе потребуется второй телескоп, который желательнее разместить в окрестности экватора на широте  $\pm 3^\circ$ .

Можно ограничиться и одним телескопом, если его разместить на широте  $30^\circ$ – $45^\circ$ , где все три параметра вращения Луны будут доступны для определения и иметь одинаковую чувствительность к любым вариациям измеряемых селено-

графических координат. Однако в случае неполярного размещения телескопа потребуется дополнительная техническая проработка обеспечения работоспособности измерительного оборудования, тщательное продумывание методики отождествления звезд и расписания наблюдений.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ

Настоящая работа частично поддержана Российским научным фондом, грант 20-12-00105 (согласно гранту РНФ разработан метод анализа данных и проведены численные расчеты). Работа выполнена в соответствии с Программой Правительства Российской Федерации по конкурентному росту Казанского федерального университета. Работа частично поддержана стипендией Президента Российской Федерации молодым ученым и аспирантам SP-3225.2018.3 и Фондом развития теоретической физики и математики “БА-ЗИС”.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Н. Петрова, А. Гусев, Ф. Кукучи, Н. Кавано, and X. Ханада*, Изв. ГАО **219**, 262 (2009).
2. *H. Noda, K. Heki, and H. Hanada*, Adv. Space Research **42**, 358 (2008).
3. *N. Petrova, Y. Nefedyev, and H. Hanada*, in *AIAA SPACE and Astronautics Forum and Exposition. SPACE 2016*, p. 5211 (2017).
4. *N. Petrova and H. Hanada*, Planet. Space Sci. **68**, 86 (2012).
5. *N. Petrova, T. Abdulmyanov, and H. Hanada*, Adv. Space Research **50**, 1702 (2012).
6. *Н. Петрова, X. Ханада*, Астрон. вестн. Исследования солнечной системы **47**(6), 504 (2013).
7. *H. Hanada, H. Araki, S. Tazawa, S. Tsuruta, et al.*, Sci. China Phys., Mechanics and Astronomy **55**, 723 (2012).
8. *N. Petrova*, Earth, Moon and Planets **73**, 71 (1996).
9. *А. В. Гусев, Н. К. Петрова, X. Ханада*, *Вращение, физическая либрация и внутреннее строение активной и многослойной Луны* (Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2015).
10. *Y. A. Nefedyev, A. Andreev, N. Petrova, N. Y. Demina, and A. Zagidullin*, Astron. Rep. **62**, 1016 (2018).