

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
КГЭУ «КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «КГЭУ»)

Г.Н. ЗАЙНАШЕВА

## ФИЗИКА

Учебное пособие

Для студентов всех форм обучения по образовательной программе «Физика» направлений подготовки бакалавров:

01.03.04 «Прикладная математика»; 09.03.03 «Прикладная информатика»; 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника».

Казань 2019

УДК 53  
ББК 22.3  
3-17

3-17 **Физика**: учебное пособие / Г.Н. Зайнашева. – Казань, Казанский государственный энергетический университет, 2019.-154 с.

Приведено краткое изложение наиболее важных разделов лекционного курса физики для студентов направлений подготовки 01.03.04 «Прикладная математика», 09.03.03 «Прикладная информатика», 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» с учетом профессиональных стандартов.

Рекомендуется для самостоятельной работы студентов всех форм обучения.

Рецензенты:

Доктор физико-математических наук, профессор Казанского архитектурно-строительного университета Р.К. Сафиуллин;

кандидат педагогических наук, доцент Казанского государственного энергетического университета Л.В. Ахметвалеева.

©Зайнашева Г.Н., 2019

© Казанский государственный энергетический ун-т, 2019

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Пособие написано в виде курса лекций по общей физике, прочитанных автором для студентов КГЭУ. Оно не может заменить полномасштабные учебники и предназначено для того, чтобы помочь сориентироваться в большом объеме информации при изучении науки. Пособие может использоваться для проработки аудиторных лекций, выполнения тестовых заданий, защиты лабораторных работ, при решении задач на практических занятиях, для подготовки к зачетам и экзаменам.

Целью изучения дисциплины «Физика» является создание у студентов направлений подготовки бакалавров 01.03.04 «Прикладная математика»; 09.03.03 «Прикладная информатика», 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» основ широкой теоретической подготовки в области физики, позволяющей ориентироваться в потоке научной и технической информации и обеспечивающей возможность использования ими новых физических принципов в областях, в которых они специализируются.

Задачами дисциплины является изучение основных физических явлений; овладение фундаментальными понятиями, законами и теориями физики, а также методами физического исследования; овладение приемами и методами решения конкретных задач из различных областей физики; формирование навыков проведения физического эксперимента, умения выделить конкретное физическое содержание в прикладных задачах будущей деятельности.

Для успешного освоения дисциплины (модуля), предъявляются входные требования, предварительные условия к уровню подготовленности студентов. Для изучения дисциплины студент должен знать основные физические законы в области механики, термодинамики, электричества и магнетизма, атомной физики по программе ЕГЭ по физике и уметь применять математические методы для решения физических задач.

В процессе изучения дисциплины формируются следующие компетенции:

ОПК-1 «Способность применять знание фундаментальной математики и естественнонаучных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике» для направления подготовки бакалавров 01.03.04 «Прикладная математика»;

ОПК-1 «Способность применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности» для направлений подготовки бакалавров 09.03.01. «Информатика и вычислительная техника», 09.03.03. «Прикладная информатика».

Физика наряду с математикой является фундаментом профессиональной подготовки специалистов. Хотелось бы заложить этот фундамент с достаточным запасом прочности.

## 1. ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

Физика – самая фундаментальная из всех естественных наук. Она изучает явления природы, общие свойства материи на различных уровнях ее организации. Поэтому физика составляет универсальную основу всей науки и техники.

Научное исследование какого-либо физического явления можно разделить на этапы: наблюдение, эксперимент, построение модели и математическое оформление. Два последних этапа являются составными частями физической теории, назначение которой – составить представление о механизме исследуемого явления и дать его количественное описание. Для построения теории сначала на основании наблюдений или экспериментальных данных конструируется образная модель изучаемого явления. Модель должна быть достаточно простой для математического описания. Применение математики позволяет получить количественные соотношения между физическими величинами, которые могут быть проверены на опыте.

Для установления эмпирических соотношений и законов необходимо определить способы и методы измерения различных физических величин. Измерить какую-либо физическую величину – это значит сравнить ее с одноименной величиной, принятой за единицу. Единицы измерения физических величин разделяют на основные и производные. Основные единицы определяют посредством эталонов, выбранных по международному соглашению. Единицы всех прочих величин устанавливают при помощи, формул, связывающих эти величины с основными единицами.

В международной системе единиц, обозначаемой сокращенно СИ, основными являются: единица длины – метр (м), единица времени – секунда (с), единица массы – килограмм (кг), единица силы тока – ампер (А), единица термодинамической температуры – кельвин (К), единица силы света – кандела (кд) и единица количества вещества – моль (моль). Система единиц

СИ, как установлено государственным стандартом, должна применяться как предпочтительная в науке и при преподавании.

В курсе физики предполагается изучение нескольких разделов, в которых рассматриваются различные физические явления – фрагменты единой картины окружающего нас материального мира.

Согласно основным положениям материалистического учения, окружающий нас мир состоит из различных видов материи, которая движется в пространстве и изменяется с течением времени.

Пространство есть совокупность протяженных тел, а время – совокупность часов, расположенных в различных местах пространства и отсчитывающих длительности временных интервалов. Протяженность тел характеризуется длиной  $l$ , а длительность протекающих процессов – временем  $t$ .

Движение, понимаемое в широком смысле как всякое изменение, является неотъемлемым всеобщим свойством материи. Простейшей формой движения является механическое движение, или перемещение, т.е. изменение положения одного тела относительно другого. Механика есть наука о движении тел. Ее основы были заложены английским ученым Исааком Ньютоном (1643-1727). Механика делится на три раздела: кинематику, динамику и статику.

### **1.1 Механические модели**

Основными понятиями классической механики, составляющими механистическую модель мира, являются абсолютное пространство, абсолютное время и материальная точка.

Абсолютное пространство можно представить себе как пространство внутри ящика, стенки которого раздвинули до бесконечности. Оно вмещает в себя всю материю, но от нее не зависит. Абсолютное пространство одновременно неосяземо и незыблемо. Основными его свойствами являются

однородность и изотропность: все точки абсолютного пространства и все направления в нем равноценны (в том числе по отношению и к повороту, и к сдвигу).

Абсолютное время  $t$  по определению протекает равномерно, не зависит от свойств материи и от места в пространстве, т.е. предполагается, что существует принципиальная возможность измерить величину  $t$  посредством часов сразу во всех точках пространства, и в результате этих измерений получить всюду одно и то же значение  $t$ . Абсолютное время однородно, но не изотропно, т.е. все его мгновения равноценны, но из двух мгновений одно было раньше другого. В механике для описания движения тел используются разные физические модели. Простейшей моделью является материальная точка – тело, обладающее массой, размерами которого в данной задаче можно пренебречь. Материальная точка есть абстрактное понятие, так как все реальные тела, даже элементарные частицы, имеют некоторые размеры. Протяженные тела в механике рассматриваются как системы, в состав которых входит несколько (может быть много) материальных точек.

Абсолютно твердым телом называется система материальных точек, расстояния между которыми со временем не изменяются. Следовательно, размеры и форма абсолютно твердого тела сохраняются с течением времени.

## 1.2 Система отсчета

Определить положение тела в пространстве, а также изменение этого положения возможно только по отношению к другим телам. Обычно в системе тел выбирают одно, которое служит телом отсчета. Совокупность тела отсчета, связанной с ним системы координат и часов образует систему отсчета (СО). Это понятие является фундаментальным в физике, поскольку пространственно-временное описание движения не имеет смысла, пока система отсчета не определена.

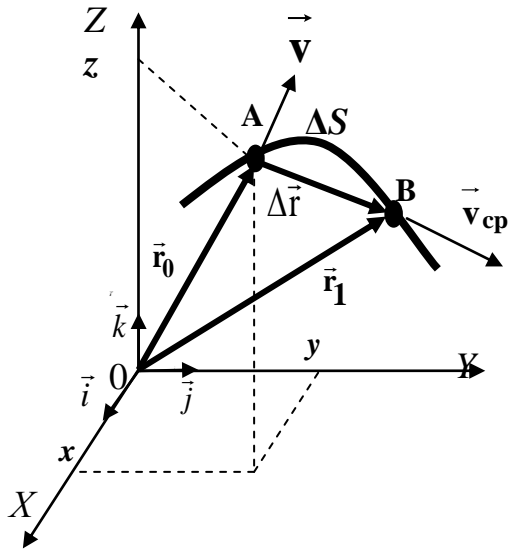


Рис.1.1 Положение материальной точки в декартовой системе координат

На рис. 1.1 показан фрагмент движения материальной точки в трехмерной декартовой системе координат ( $XYZ$ ) из начального положения – точки  $A$  в конечное положение – точку  $B$ . Эти геометрические точки характеризуются соответственно радиус-векторами  $\vec{r}_0$  и  $\vec{r}_1$  – векторами, проведенными из начала координат в указанные точки. Радиус-вектор любой точки может быть выражен через её координаты  $(x, y, z)$ :

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k},$$

где  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – единичные векторы (орты), направленные вдоль координатных осей  $OX, OY$  и  $OZ$ .

Не трудно видеть, что:

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_0 + \Delta\vec{r},$$

где  $\Delta\vec{r}$  – вектор, называемый перемещением. Модуль перемещения равен кратчайшему расстоянию между точками  $A$  и  $B$ . Совокупность точек пространства, через которые тело последовательно проходит во время своего движения называется траекторией. В общем случае это может быть любая трехмерная кривая. В дальнейшем мы будем в основном рассматривать



плоское движение, при котором траектория лежит в одной определенной плоскости. Длина участка траектории между точками  $A$  и  $B$  есть путь, пройденный телом, который обозначается  $S$  или  $\Delta S$ . Различные сложные случаи движения можно представить как последовательную комбинацию двух основных видов движения:

а) поступательное движение – движение, при котором прямая, проходящая через две произвольные точки твердого тела, всегда остается параллельной своему первоначальному положению;

б) вращательное движение – движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения, а сами окружности лежат в параллельных плоскостях.

### 1.3 Кинематика поступательного движения

Скорость – это векторная физическая величина, характеризующая быстроту перемещения тела в пространстве. Отношение вектора перемещения  $\Delta \vec{r}$  к отрезку времени  $\Delta t$ , в течение которого это перемещение произошло, называют средней скоростью:

$$\vec{V}_{cp} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}.$$

Переходя к пределу этого отношения, получим мгновенную скорость:

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

Таким образом, мгновенная скорость – векторная величина, определяемая как производная радиус-вектора движущейся материальной точки по времени. Вектор мгновенной скорости направлен по касательной к траектории в сторону движения. Как и радиус-вектор, вектор скорости может быть разложен на составляющие по осям  $Ox$ ,  $Oy$  и  $Oz$ :

$$\vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k}.$$

Модуль вектора скорости точки:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} .$$

При решении многих практических задач используется также средняя путевая скорость – скалярная величина, равная отношению пройденного пути  $\Delta S$  к интервалу времени  $\Delta t$ , затраченного на его прохождение:

$$V_{cp} = \frac{\Delta S}{\Delta t} .$$

#### 1.4 Ускорение

Если скорость тела (материальной точки) с течением времени изменяется по величине или направлению, то такое движение называется неравномерным. Векторная физическая величина, определяющая быстроту изменения скорости по модулю и направлению, называется ускорением. Среднее ускорение за промежуток времени  $\Delta t$ :

$$\vec{a}_{cp} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} ,$$

где  $\Delta \vec{V} = \vec{V}_2 - \vec{V}_1$  – изменение вектора скорости за время  $\Delta t$ .

Переходя к пределу в формуле среднего ускорения, получаем выражение для мгновенного ускорения:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt} .$$

Вектор ускорения может быть выражен в виде суммы составляющих по осям координат:

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} ,$$

а также в виде суммы взаимно перпендикулярных векторов тангенциального (касательного) и нормального ускорений (здесь мы ограничиваемся случаем плоского движения, при котором все точки траектории лежат в одной плоскости) (рис. 1.2).

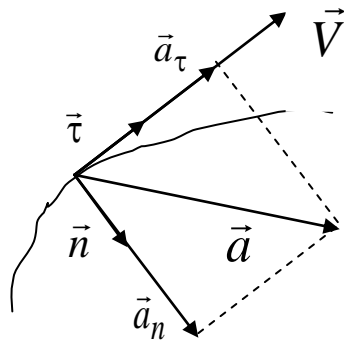


Рис.1.2. Разложение вектора ускорения на нормальную и тангенциальную составляющие

Тангенциальное ускорение характеризует быстроту изменения модуля скорости:

$$a_{\tau} = \frac{dV}{dt} .$$

Нормальное ускорение характеризует быстроту изменения скорости по направлению. Его модуль:

$$a_n = \frac{V^2}{R} ,$$

где  $R$  – радиус кривизны траектории в данной точке. Модуль полного ускорения равен

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_{\tau}^2 + a_n^2} .$$

### 1.5 Кинематические уравнения

Кинематические уравнения – это уравнения, показывающие зависимость основных кинематических характеристик (радиус-вектора, координат, скорости, ускорения) от времени. В случае произвольного движения эти уравнения могут быть весьма сложными. Приведем кинематические уравнения для некоторых простых случаев.

1) Равномерное прямолинейное движение - это движение по прямой линии, когда тело за любые равные промежутки времени проходит одинаковые расстояния.

Полагая для простоты, что вектор скорости направлен вдоль оси  $OX$ , можно записать в скалярной форме:

$$V_x(t) = \frac{dx}{dt} = const,$$

откуда

$$dx = V_x dt .$$

Интегрируя это выражение по времени, получим уравнение пути:

$$S(t) = x - x_0 = \int_0^t V_x dt = V_x t ,$$

где  $x_0$  – начальная координата движущейся точки.

2) Равнопеременное движение - это такое движение, при котором тело за любые равные промежутки времени изменяет свою скорость на одну и ту же величину, т.е. имеет постоянное ускорение ( $\vec{a} = const$ ). При равнопеременном прямолинейном движении возможны равноускоренное и равнозамедленное движение.

Уравнение ускорения для прямолинейного вдоль оси  $OX$  равнопеременного движения в скалярной записи имеет вид:

$$\vec{a}_x(t) = \frac{dV_x}{dt} = const$$

Элементарное изменение скорости выразится формулой

$$dV_x = a_x dt ,$$

откуда интегрированием получаем уравнение скорости:

$$V_x(t) = V_{0x} + a_x t .$$

Далее, получим уравнение координаты:

$$x(t) = x_0 + V_0 x t + \frac{a_x t^2}{2} .$$

## 1.6 Динамика поступательного движения

Динамика – раздел механики, в котором изучаются законы движения тел и причины, вызывающие изменение характера их движения. В основе динамики лежат три закона, сформулированные в конце 17-го века И. Ньютоном. Эти законы не выводятся, а являются обобщением накопленного опыта. Их следует рассматривать в совокупности, как систему взаимосвязанных законов, а не каждый закон в отдельности.

### Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета

*Первый закон утверждает, что существуют такие системы отсчета, в которых всякое тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействия со стороны других тел не заставят его изменить это состояние.*

Движение тел в отсутствие внешних воздействий называется движением по инерции, при этом проявляется особое динамическое свойство тел – инертность. Соответственно, первый закон Ньютона называют законом инерции, а системы отсчета, в которых он выполняется, называют инерциальными системами отсчета (ИСО). Все системы отсчета, которые можно считать инерциальными, должны двигаться друг относительно друга равномерно и прямолинейно.

Для ИСО в рамках классической механики (т.е. для макроскопических тел, движущихся со скоростями, значительно меньшими скорости света) справедлив принцип относительности Галилея, согласно которому все ИСО по своим механическим свойствам эквивалентны друг другу. Это значит, что во всех ИСО одинаковы свойства пространства и времени, а также одинаково выполняются все законы механики.

При этом подразумевается абсолютность пространства и времени, т.е. одинаковость длин отрезков и хода времени во всех ИСО.

### **Сила и масса. Второй и третий законы Ньютона**

Как показывает опыт, в ИСО всякое тело получает ускорение либо деформируется только в результате действия на него других тел. В то же время действие одного тела на другое не бывает односторонним – всегда имеет место и обратное действие. Поэтому действия тел друг на друга носят характер взаимодействия. Количественной характеристикой взаимодействия тел служит векторная физическая величина, называемая силой  $F$ . Сила считается полностью определенной, если заданы ее модуль, направление в пространстве и точка приложения.

Опыт показывает, что ускорения, приобретаемые одним и тем же телом под действием разных сил, пропорциональны этим силам. Но разные тела характеризует свойство препятствовать изменению их скорости, называемое инертностью. В качестве количественной меры инертности тел вводится скалярная физическая величина, называемая массой  $m$ . В классической механике масса обладает двумя важнейшими свойствами: 1) аддитивностью - масса тела равна сумме масс его частей; 2) постоянством - масса не изменяется при движении тела.

*Второй закон Ньютона: Ускорение тела в инерциальной системе отсчета прямо пропорционально действующей на него силе и обратно пропорционально его массе.* Математическая запись этого закона при надлежащем выборе единиц измерения величин имеет вид:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

Если на тело одновременно действуют несколько сил  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ , то полное ускорение

$$\vec{a} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \sum_{i=1}^n \vec{a}_i,$$

где  $\vec{a}_i = \vec{F}_i / m$ .

Таким образом, каждая из сил, одновременно действующих на материальную точку, сообщает ей такое же ускорение, как если бы других сил не было. Это утверждение выражает принцип независимости действия сил.

Уравнение второго закона Ньютона при решении практических задач удобнее записывать в виде:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

Это основное уравнение динамики поступательного движения.

Произведение массы тела на его скорость  $m\vec{v} = \vec{p}$  называется импульсом. Используя эту величину, получим более общую запись второго закона Ньютона: скорость изменения импульса материальной точки равна действующей на нее силе:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}.$$

*Третий закон Ньютона: Всякое действие тел друг на друга носит характер взаимодействия. Два тела действуют друг на друга с силами, равными по величине и направленными в противоположные стороны вдоль прямой, соединяющей эти тела:*

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21},$$

где  $\vec{F}_{12}$  – сила, действующая на первое тело со стороны второго;

$\vec{F}_{21}$  – сила, действующая на второе тело со стороны первого. Эти силы приложены к разным телам, всегда действуют попарно и являются силами одной природы.

## Контрольные вопросы

1. Охарактеризуйте простейшие физические модели.
2. Что такое радиус-вектор, и какими величинами он характеризуется в декартовой системе координат?
3. Как определяются векторы средней и мгновенной скорости, и куда они направлены?
4. Что описывают уравнения движения материальной точки? Какой вид имеют уравнения движения для точки, движущейся равномерно?
5. Как определяется вектор ускорения и что он характеризует?
6. Что характеризует тангенциальная составляющая ускорения? Чему она равна? Что характеризует нормальная составляющая ускорения? Чему она равна?
7. Возможны ли движения, при которых отсутствует нормальное ускорение, тангенциальное ускорение? По каким траекториям движется материальная точка в этих случаях?
8. Какие системы отсчета называются инерциальными?
9. Что утверждают законы Ньютона?
10. В чем заключается принцип независимости действия сил?

## 2. СИЛЫ В МЕХАНИКЕ. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

### 2.1 Закон всемирного тяготения. Сила тяжести

Исаак Ньютон на основании законов Кеплера и законов динамики открыл всеобщий закон всемирного тяготения: *все тела тяготеют друг к другу с силой прямо пропорциональной произведению масс этих тел ( $m_1$  и  $m_2$ ) и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними ( $r^2$ ):*

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} .$$



Коэффициент пропорциональности  $G$  называется гравитационной постоянной, в СИ  $G = 6,672 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$ . Силы тяготения всегда являются силами притяжения и направлены вдоль прямой, проходящей через взаимодействующие тела. Сила гравитационного взаимодействия становится значительной только в случае больших масс.

Под действием силы притяжения к Земле все тела падают с одинаковым относительно поверхности Земли ускорением  $g$ , которое называют ускорением свободного падения (ускорением силы тяжести). Поэтому в системе отсчета, связанной с Землей, на всякое тело массой  $m$  действует сила тяжести:

$$\vec{F}_{\text{тяж}} = m \vec{g}.$$

При строгом рассмотрении ускорение свободного падения изменяется с высотой от поверхности Земли, а также зависит от широты местности. Для решения практических задач используется значение  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ .

Если подвесить тело или положить на опору, оно будет покоиться относительно Земли; при этом сила тяжести уравновешивается силой реакции подвеса или опоры ( $N$ ). По третьему закону Ньютона тело действует на подвес или опору с силой  $P$ , которую называют весом тела.

Вес тела  $P$  – это сила, с которой тело действует на вертикальный подвес или горизонтальную опору вследствие гравитационного притяжения Земли.

Следовательно,

$$\vec{P} = \vec{F}_{\text{тяж}} = m \vec{g}.$$

Однако вес  $P$  равен  $mg$  только в том случае, если тело и опора (подвес) неподвижны относительно Земли. Если опора (подвес) движутся вместе с телом с ускорением  $a$ , вес тела равен

$$\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a}).$$

При движении тела вверх с ускорением  $a$  его вес будет увеличиваться:

$$P = m(g+a),$$

при движении вниз с ускорением  $a$  вес будет уменьшаться:  $P = m(g-a)$ ,

при свободном падении  $a=g$  тело будет находиться в невесомости:  $P=0$ .

## 2.2 Силы трения

Трение играет большую роль в природе и технике. Различают внешнее (сухое) и внутреннее (вязкое) трение.

Внешним трением называется трение, возникающее между соприкасающимися поверхностями тел при их относительном перемещении. Если вдоль границы соприкасающихся тел хотя бы к одному из них приложена внешняя сила, но при этом тела неподвижны друг относительно друга, то говорят о трении покоя, если происходит относительное перемещение этих тел, то в зависимости от характера их относительного движения говорят о трении скольжения или качения.

Тело придет в движение лишь тогда, когда внешняя сила  $F$  будет больше силы трения покоя.

Сила трения скольжения, а также максимальная сила трения покоя по модулю пропорциональны силе  $N$  нормального давления, прижимающей трущиеся поверхности друг к другу

$$F_{тр} = \mu N,$$

где  $\mu$  – коэффициент трения, зависящий от свойств соприкасающихся поверхностей.

Уменьшить силу трения можно, например, нанося на трущиеся поверхности смазку, заполняющую неровности между поверхностями, или заменив трение скольжения трением качения. Как показывают опыты, сила трения качения пропорциональна силе нормального давления и обратно

пропорциональна радиусу катящегося тела (например, колеса, цилиндра или шара):

$$F_{\text{кач}} = kN / R .$$

### 2.3 Силы упругости

Все тела под действием приложенных к ним сил деформируются, то есть изменяют свои размеры и форму. Если после прекращения действия сил тело принимает первоначальные размеры и форму, деформация называется упругой (упругие деформации наблюдаются, если деформирующая сила не превосходит предел упругости). Деформации, которые сохраняются в теле после прекращения действия внешних сил, называются пластическими (или остаточными).

Согласно закону Гука, сила упругости, возникающая при растяжении пружины, прямо пропорциональна удлинению пружины

$$F_x = -kx ,$$

где  $F_x$  – проекция силы упругости на ось  $X$ ,  $k$  – жесткость пружины,  $x$  – удлинение пружины.

### 2.4 Закон сохранения импульса

Механической системой называется совокупность материальных точек (тел), рассматриваемых как единое целое. Силы взаимодействия между материальными точками системы называются внутренними. Силы, с которыми внешние тела действуют на материальные точки системы, называются внешними. Механическая система, на которую не действуют внешние силы, называется замкнутой (или изолированной).

Произведение массы тела на его скорость  $m\vec{v} = \vec{p}$  называется импульсом. По второму закону Ньютона скорость изменения импульса материальной точки равна действующей на нее силе:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Если механическая система является замкнутой, т.е. сумма внешних сил равна нулю, то

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0, \text{ откуда следует } \vec{p} = const.$$

*Это есть закон сохранения импульса: в изолированной системе сумма импульсов тел, взаимодействующих между собой, есть величина постоянная.* Этот закон носит универсальный характер, справедлив и для систем микрочастиц, подчиняющимся законам квантовой механики. Закон сохранения импульса выполняется вследствие определенного свойства симметрии пространства - его однородности, и является одним из фундаментальных законов природы.

## 2.5 Работа и энергия

Энергией называется физическая величина, являющаяся мерой различных форм движения материи и мерой перехода материи из одних форм в другие.

Механическая энергия, характеризующая движение и взаимодействие тел, является соответственно функцией скоростей и взаимного расположения тел. Кинетическая энергия тела зависит только от массы и скорости тела, а также может быть выражена через импульс:

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}.$$

Причиной изменения состояния механического движения тела, а, следовательно, и его энергии является взаимодействие тела с другими телами. Процесс изменения энергии тела под действием силы называется процессом совершения работы, а приращение энергии тела в этом процессе называется работой, совершенной силой.

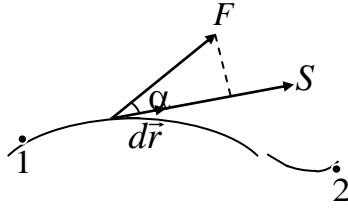


Рис. 2.1. Определение механической работы

Элементарная работа, совершаемая силой  $\vec{F}$  (рис.2.1) по перемещению материальной точки на расстояние  $d\vec{s}$ , равна

$$dA = \vec{F}d\vec{s} = Fds \cos \alpha = F_s ds,$$

где  $\alpha$  - угол между направлением силы и направлением перемещения точки приложения силы;  $F_s = F \cos \alpha$  - проекция силы на направление перемещения.

Сила, действующая на тело, не совершает работу, если:

- а) тело покоится ( $ds = 0$ );
- б) сила перпендикулярна к направлению перемещения тела ( $\alpha = 90^\circ$ ).

Во втором случае действие силы приводит к искривлению траектории движущегося тела. Таково, например, действие центростремительной силы на материальную точку, равномерно движущуюся по окружности.

Работа может быть как положительной ( $\alpha < \pi/2$ , совершается движущей силой), так и отрицательной ( $\alpha > \pi/2$ , совершается силой сопротивления). Работа, совершаемая силой  $\vec{F}$  на конечном пути  $s$ , равна сумме элементарных работ на отдельных бесконечно малых участках пути. Эта сумма приводит к интегралу

$$A = \int_1^2 F \cos \alpha ds = \int_1^2 F_s ds = \int_1^2 \vec{F}d\vec{s}.$$

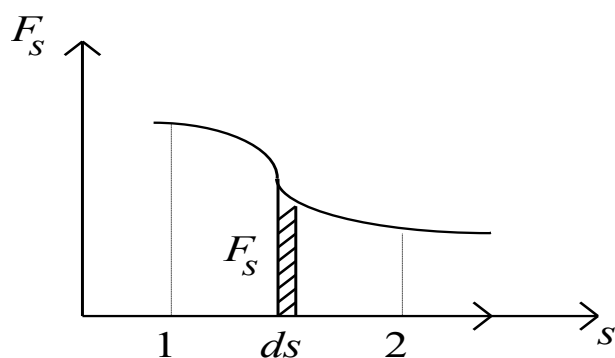


Рис.2.2. Графическое представление работы

Если величина составляющей силы  $F_s$  задана как функция от длины пути  $s$ , то элементарная работа  $dA = F_s ds$  численно равна площади заштрихованной полоски (рис.2.2). Поэтому полная работа  $A$  на пути 1-2 численно равна площади фигуры, ограниченной кривой  $F_s$ , вертикальными прямыми 1 и 2 и осью  $s$ .

Работа, совершаемая за единицу времени, называется средней мощностью  $P$

$$P = A/t,$$

мощность в данный момент времени называется мгновенной и определяется в дифференциальной форме:

$$P = \frac{dA}{dt}.$$

Мощность в механике также может быть найдена по формуле:

$$P = FV,$$

где  $F$  — сила, действующая на тело,  $V$  — скорость движения, в случае если направление силы совпадает с направлением скорости.

Тело в каждой точке пространства подверженное воздействию других тел, находится в поле сил (например, поле силы тяжести). Если работа, совершаемая над телом силами поля, зависит лишь от начального и конечного положений частицы и не зависит от пути, по которому двигалось

тело, то силы, обладающие таким свойством, называются консервативными. Работа консервативных сил на любом замкнутом пути равна нулю. Консервативными силами являются силы всемирного тяготения, силы упругости, кулоновские силы. Работа консервативных сил может быть представлена в виде:

$$A_{12} = U_1 - U_2 = -\Delta U ,$$

т.е. она определяется разностью значений некоторой функции  $U(x, y, z)$ , зависящей от положения тела в пространстве и называемой потенциальной энергией частицы. В дифференциальной форме

$$dA = -dU ,$$

т.е. работа консервативных сил равна уменьшению потенциальной энергии системы. Потенциальная энергия - механическая энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением и характером взаимодействия между ними. Конкретный вид функции  $U$  зависит от характера силового поля, в частности, потенциальная энергия тела в поле силы тяжести:

$$U = mgh ,$$

где  $h$  – высота от поверхности Земли.

Считается, что потенциальная энергия равна нулю, когда тело находится на поверхности Земли.

Примером неконсервативных или диссипативных сил являются силы трения. Работа, совершаемая диссипативными силами, зависит от траектории перемещения.

## **2.6 Закон сохранения полной механической энергии**

Полная механическая энергия системы определяется суммой энергии механического движения (кинетической энергии  $T$ ) и энергии взаимодействия (потенциальной энергии  $U$ ):

$$E = T + U.$$

Закон сохранения полной механической энергии является результатом обобщения экспериментальных фактов. Его также можно получить из законов Ньютона, рассмотрев переход системы из состояния 1 в состояние 2 и показав, что

$$\int_1^2 d(T + U) = A_{12}.$$

Из этого соотношения следует, что

$$E_2 - E_1 = A.$$

Изменение полной механической энергии системы при переходе из одного состояния в другое равно работе  $A$ , совершенной внешними неконсервативными силами.

При постоянстве потенциальной энергии, например, при движении тела по горизонтальной поверхности, изменение кинетической энергии будет равно работе внешних сил:

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = A.$$

Если внешние неконсервативные силы отсутствуют, то  $d(T + U) = 0$ , и поэтому

$$T + U = E = \text{const},$$

$$\frac{mv^2}{2} + mgh = \text{const} \quad \text{или} \quad \frac{mv_1^2}{2} + mgh_1 = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2.$$

*Закон сохранения полной механической энергии: в системе тел, между которыми действуют только консервативные силы, такие системы называются консервативными, полная механическая энергия сохраняется.*



Существует другой вид систем - диссипативные системы, в которых механическая энергия может постепенно уменьшаться за счет преобразования в немеханические формы энергии. Этот процесс называется диссипацией или рассеянием энергии, при этом также выполняется закон сохранения энергии. Таким образом, энергия никогда не исчезает и не появляется ниоткуда, она превращается из одного вида в другой, в этом заключается фундаментальный закон природы - закон сохранения и превращения энергии.

### Контрольные вопросы

1. Какие системы называются замкнутыми?
2. Какие основные силы рассматриваются в механике?
3. Как определяется механический импульс тела?
4. Сформулируйте закон сохранения импульса и условия его применимости.
5. В чем различие между понятиями энергии и работы?
6. Как найти работу переменной силы?
7. Как определить мощность?
8. Охарактеризуйте известные вам виды механической энергии.
9. Сформулируйте теорему о кинетической энергии.
10. В чем заключается закон сохранения механической энергии? Для каких систем он выполняется?

## **3. МЕХАНИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ**

### **3.1 Кинематика вращательного движения**

Рассмотрим твердое тело, вращающееся вокруг неподвижной оси. Отдельные точки этого тела, положение которых определяется радиус – вектором  $R$ , описывают окружности разных радиусов, но при этом поворот радиус-вектора на угол  $\varphi$  за время  $t$  будет одинаков для любой точки. В этом

случае можно рассматривать этот угол поворота  $\varphi$  как угловой путь (перемещение), одинаковый для всех точек вращающегося тела (рис. 3.1).

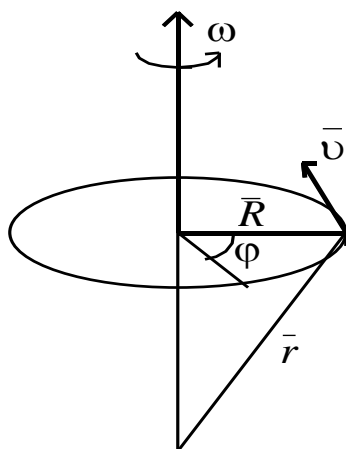


Рис.3.1. Вращение твердого тела

Быстрота вращения тела характеризуется угловой скоростью  $\omega$ , которая определяется как вектор, численно равный первой производной от функции углового пути  $\varphi$  по времени:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

и направленный вдоль оси вращения в соответствии с правилом правого винта. Если угловой путь  $\varphi$  измерять в радианах ( $rad$ ) в системе СИ, тогда угловая скорость будет измеряться в  $rad / c$ .

Вращение называется равномерным, если угловая скорость  $\vec{\omega}$  постоянна. В этом случае  $\varphi = \omega_0 t$ . При равномерном вращении величина  $\nu = \omega/2\pi$  дает число оборотов за единицу времени и называется частотой вращения. Продолжительность одного обращения  $T = 1/\nu$  называется периодом вращения.

Отдельные точки вращающегося тела имеют различные линейные скорости  $V$ , зависящие не только от угловой скорости  $\omega$ , но и от расстояния

до оси вращения  $R$ . Кроме того, при движении по окружности скорость  $V$  непрерывно изменяет свое направление. Можно вывести, что

$$V = \omega R.$$

Для характеристики неравномерного вращения тела вводится понятие углового ускорения  $\bar{\varepsilon}$ :

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}.$$

В случае равнопеременного вращения тела  $\varepsilon = \text{const}$ , решением этого уравнения являются функции

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t, \quad \varphi = 2\pi N = \omega_0 t \pm \varepsilon t^2 / 2,$$

где  $\omega_0$  – начальная угловая скорость вращения,  $N$  – число оборотов, знаки «+» и «-» соответствуют случаям равноускоренного и равнозамедленного движения.

### 3.2 Момент инерции

При вращательном движении инертность тела зависит не только от массы, но и от ее распределения относительно оси вращения. Мету инертности принято характеризовать моментом инерции. Моментом инерции системы (тела) относительно данной оси называется физическая величина, равная сумме произведений масс  $n$  материальных точек системы на квадрат их расстояния до рассматриваемой оси:

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2.$$

В случае непрерывного распределения масс эта сумма сводится к интегралу

$$J = \int r^2 dm,$$

где интегрирование производится по всему объему тела.

Момент инерции во вращательном движении играет такую же роль, как и масса в поступательном движении. Каждое тело, независимо от того, движется оно или покоится, обладает определенным моментом инерции относительно любой оси, подобно тому, как тело обладает массой независимо от того, движется оно или покоится. Так как осей возможного вращения бесконечное множество, моментов инерции тоже бесконечное множество.

Для некоторых симметричных тел массой  $m$  относительно оси, проходящей через центр масс, получены выражения моментов инерции:

а) для обруча (тонкостенного цилиндра) радиусом  $R$  относительно оси, перпендикулярной плоскости обруча,  $J_0 = mR^2$ ;

б) для диска (сплошного цилиндра) радиусом  $R$  относительно оси, перпендикулярной плоскости диска,  $J_0 = \frac{1}{2}mR^2$ ;

в) для шара радиусом  $R$  относительно оси, проходящей через центр,  $J_0 = \frac{2}{5}mR^2$ ;

### 3.3 Кинетическая энергия вращающегося тела

Когда тело вращается вокруг неподвижной оси с постоянной угловой скоростью  $\omega$ , угловая скорость  $\omega$  всех точек тела будет одинакова, а линейная  $v_i$  – различна, причем  $v_i = \omega r_i$ . Поэтому кинетическая энергия вращающегося тела может быть приведена к виду

$$T = \frac{1}{2} \sum m_i (\omega v_i)^2 = \frac{\omega^2}{2} \sum m_i r_i^2 = \frac{J\omega^2}{2},$$

где  $J$  – момент инерции тела относительно оси вращения.

### 3.4 Момент силы

В динамике вращательного движения рассматривают момент силы, характеризующий способность этой силы вращать тело вокруг данной точки или оси. Моментом силы  $\vec{F}$  относительно неподвижной точки  $O$  называется векторное произведение радиус-вектора  $\vec{r}$ , проведенного к точке приложения силы  $\vec{F}$ , на эту силу (рис.3.2):

$$\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}].$$

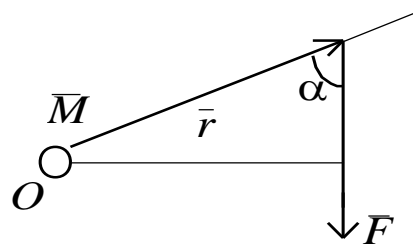


Рис. 3.2. Определение момента силы

Модуль момента силы равен

$$M = \vec{F} \cdot \vec{r} \sin\alpha = Fl.$$

Величина  $l$ , равная длине перпендикуляра, опущенного из точки  $O$  на линию действия силы, называется плечом силы  $F$ . Если линия действия силы проходит через ось вращения (через точку  $O$ ), то  $l=0$ , т. е. момент силы относительно этой точки равен нулю.

Если на тело действует несколько ( $N$ ) сил  $\vec{F}_i$  (обладающих, соответственно, моментами  $\vec{M}_i$ ), результирующее вращение будет определяться результирующим моментом внешних сил  $\vec{M}$  относительно

точки  $O$ , равным векторной сумме моментов  $M_i$  всех внешних сил, приложенных к телу:

$$\bar{M} = \sum_{i=1}^N \bar{M}_i = \sum_{i=1}^N [\bar{r}_i \bar{F}_i].$$

Вращение относительно неподвижной оси не обязательно должно быть охарактеризовано вектором  $\bar{M}$ , в этом случае достаточно знать проекцию вектора  $\bar{M}$  на ось вращения, равную его модулю  $M$ . Проекция  $M$  главного момента является скалярной величиной, она равна алгебраической сумме проекций  $M_i$ . Если ось вращения закреплена, силы могут вращать тело по часовой и против часовой стрелки, поэтому моменты сил, вращающих тело, берутся со знаком «+», а момент сил, противодействующих вращению, со знаком «-».

### 3.5 Уравнение динамики вращательного движения

Работа при повороте тела на угол  $d\varphi$  относительно оси  $Z$ :

$$dA = M_z d\varphi,$$

где  $M_z$  – момент силы относительно оси  $Z$ .

По закону сохранения энергии совершаемая работа  $dA$  идет на увеличение кинетической энергии тела  $dT$ .

С другой стороны, изменение кинетической энергии тела при вращении определяется соотношением

$$dT = d\left(\frac{J\omega^2}{2}\right) = J\omega d\omega.$$

Итак,  $Md\varphi = J\omega d\omega$ ; поделив это соотношение на  $dt$ , получим основной закон динамики вращательного движения:

$$M = J \varepsilon.$$

### 3.6 Закон сохранения момента импульса

Моментом импульса тела (моментом количества движения) относительно точки  $O$  называется физическая величина, определяемая векторным произведением радиус - вектора  $r$ , проведенного из точки  $O$ , на импульс тела  $p$  (рис.3.3):

$$\bar{L} = [\bar{r}\bar{p}] = [\bar{r}, m\bar{v}].$$

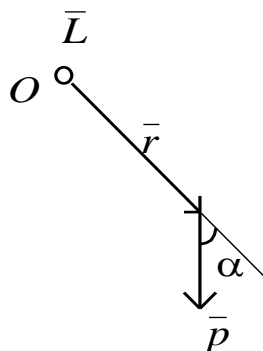


Рис.3.3. Определение момента импульса

Можно доказать, что для момента импульса справедливо выражение:

$$L = J\omega.$$

Момент импульса равен произведению момента инерции тела на его угловое ускорение. Продифференцируем это выражение по времени:

$$\frac{dL}{dt} = J \frac{d\omega}{dt} = J\varepsilon = M, \quad \frac{d\bar{L}}{dt} = \bar{M}.$$

В замкнутой системе момент внешних сил  $\bar{M} = 0$ , поэтому  $\frac{d\bar{L}}{dt} = 0$ , откуда следует, что  $\bar{L} = \text{const}$ .

*Это выражение представляет собой закон сохранения момента импульса: момент импульса замкнутой системы относительно любой неподвижной точки сохраняется, т.е. не изменяется с течением времени. Момент импульса остается постоянным и для незамкнутой системы, при условии, что суммарный момент внешних сил равен нулю.*

Закон сохранения момента импульса выполняется вследствие изотропности пространства. Подобно законам сохранения импульса и энергии, является одним из фундаментальных законов природы.

### **3.7 Аналогии между физическими величинами и законами поступательного и вращательного движений**

При сравнении физических величин и законов, характеризующих поступательное и вращательное движение, можно установить аналогии между ними. В табл.1. приведены формулы физических величин и законов соответственно поступательного и вращательного движений.

Таблица 1.

Поступательное движение		Вращательное движение	
Масса	$m$	Момент инерции	$J$
Скорость	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	Угловая скорость	$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$
Ускорение	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$	Угловое ускорение	$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$
Сила	$\vec{F}$	Момент силы	$\vec{M}$
Импульс	$\vec{p} = m\vec{v}$	Момент импульса	$L = J \omega$
Основное уравнение	$\vec{F} = m\vec{a}$	Основное уравнение	$M = J \varepsilon ;$



динамики	$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$	динамики	$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
Работа	$dA = F_s ds$	Работа	$dA = M d\varphi$
Кинетическая энергия	$\frac{mv^2}{2}$	Кинетическая энергия	$\frac{J\omega^2}{2}$

#### Контрольные вопросы

1. Какова связь угловых величин с линейными в кинематике вращательного движения?
2. Что такое момент инерции тела?
3. Какова роль момента инерции во вращательном движении?
4. Что такое момент силы?
5. Выведите формулу для расчета кинетической энергии вращающегося тела.
6. Напишите основное уравнение динамики вращательного движения.
7. Как определяется момент импульса тела?
8. В чем заключается закон сохранения момента импульса?

## 4. ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

### 4.1 Постулаты специальной теории относительности

Классическая механика Ньютона описывает движение тел, движущихся с малыми скоростями ( $v \ll c$ ). В конце XIX века выяснилось, что законы классической механики противоречат некоторым опытным данным при описании движения быстрых частиц. Из экспериментов также следовало, что скорости света, измеренные в двух движущихся друг относительно друга системах отсчета, равны, что противоречило правилу сложения скоростей классической механики.

Возникли затруднения и при попытках применить механику Ньютона к объяснению распространения света. Оказалось, что классическая теория

противоречит уравнениям Максвелла, лежащим в основе понимания света как электромагнитной волны.

А. Эйнштейн в 1905 году создал новую теорию, названную специальной теорией относительности и содержащую классическую механику как случай для малых скоростей ( $v \ll c$ ). В основе этой теории два постулата, которые носят названия принципа относительности и принципа постоянства скорости света:

1. Принцип относительности Эйнштейна является распространением механического принципа относительности Галилея на все физические явления. Согласно этому принципу все законы природы одинаковы во всех инерциальных системах отсчета, а значит, все физические явления во всех инерциальных системах отсчета протекают одинаково.

2. Принцип постоянства скорости света утверждает, что скорость света в вакууме одинакова во всех инерциальных системах отсчета и не зависит от движения источников и приемников света. Постоянство скорости света является фундаментальным свойством природы, которое констатируется как опытный факт.

Скорость света  $c$  – это скорость распространения электромагнитного излучения любой частоты в вакууме, является предельной скоростью; никаким способом нельзя передать сигнал со скоростью, большей  $c$ . Величина скорости света не зависит от того, относительно какой системы отсчета она определяется. Скорость света в вакууме приблизительно равна  $c \approx 3 \cdot 10^8$  м/с.

Специальная теория относительности потребовала отказа от привычных представлений о пространстве и времени, принятых в классической механике, поскольку они противоречили принципу постоянства скорости света. Потеряло смысл не только абсолютное пространство, но и абсолютное время. Постулаты Эйнштейна и теория, построенная на их основе, установили новый взгляд на мир и новые пространственно-временные представления. Следствия из релятивистской теории Эйнштейна находят экспериментальное

подтверждение при изучении элементарных частиц. В своей теории Эйнштейн использовал преобразования Лоренца. В этих преобразованиях пространственные и временные координаты оказываются взаимосвязанными, что приводит к парадоксальным с классической точки зрения следствиям.

## 4.2 Следствия из преобразований Лоренца

### 1) Одновременность событий в разных системах отсчета

Пусть в системе отсчета  $K$  в точках с координатами  $x_1$  и  $x_2$  в момент времени  $t_0$  одновременно происходят два события. В системе  $K'$ , движущейся со скоростью  $v$ , этим событиям будут соответствовать моменты времени

$$t'_1 = \frac{t_0 - (\beta/c)x_1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad t'_2 = \frac{t_0 - (\beta/c)x_2}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

где  $\beta = v/c$ .

Итак, если события пространственно разобщены ( $x_1 \neq x_2$ ), в системе  $K'$  они не будут одновременными ( $t'_1 \neq t'_2$ ). Знак разности  $t'_2 - t'_1$  определяется знаком выражения  $(\beta/c)(x_1 - x_2)$ , следовательно, в разных системах  $K'$  разность будет различна по величине и отличаться по знаку. Это означает, что в одних системах событие 1 будет предшествовать событию 2, а в других наоборот. Причинно связанные события ни в одной из систем отсчета не будут одновременными, и во всех системах отсчета событие, являющееся причиной, будет предшествовать следствию.

### 2) Длина тел в разных системах (сокращение длины)

Рассмотрим стержень, расположенный вдоль оси  $x'$  и покоящийся относительно системы  $K'$ . Его длина в этой системе равна

$$l_0 = x'_2 - x'_1.$$

Относительно системы  $K$  стержень движется со скоростью  $v_0$ ,  $\beta = v_0/c$ . Для определения его длины в этой системе  $l_0 = x_2 - x_1$  находят координаты его концов в один и тот же момент времени  $t_0$  и тогда

$$l_0 = \frac{x_2 - v_0 t}{\sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{x_1 - v_0 t}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{l}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Следовательно,

$$l = l_0 \sqrt{1 - \beta^2},$$

т.е. одна длина стержня  $l$ , измеренная в системе, относительно которой он движется, оказывается меньше длины  $l_0$ , измеренной в системе, относительно которой он покоится, т.е. наблюдается так называемое Лоренцево сокращение длины. Максимальную длину стержень имеет в той инерциальной системе отсчета, относительно которой он покоится. В направлениях  $y$  и  $z$  размеры стержня одинаковы во всех системах отсчета.

Итак, у движущихся тел размеры в направлении движения сокращаются тем больше, чем больше скорость движения.

### 3) Длительность событий в разных системах отсчета (замедление времени)

Пусть в некоторой точке (с координатой  $x$ ), покоящейся относительно системы  $K$ , происходит событие, длительность которого  $\tau = t_2 - t_1$ . Длительность этого же события в движущейся системе  $K'$

$$\tau' = t'_2 - t'_1 = \frac{t_2 - vx/c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{t_1 - vx/c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{t_2 - t_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Отсюда вытекает, что  $\tau' > \tau$ , т.е. длительность события, происходящего в некоторой точке, наименьшая в той инерциальной системе отсчета, относительно которой эта точка неподвижна. Следовательно, часы, движущиеся относительно инерциальной системы отсчета, идут медленнее покоящихся часов.

Время, отсчитанное по часам, движущимся вместе с телом, называется собственным временем. Собственное время всегда меньше, чем время, отсчитанное по часам, движущимся относительно тела.

#### 4) Релятивистское выражение для массы

На опытах с быстрыми электронами было установлено, что масса частиц зависит от скорости по закону:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}},$$

где  $m_0$  – масса покоя частицы, т.е. масса, измеренная в системе отсчета, относительно которой частица покоится;  $m$  – масса частицы в системе, относительно которой она движется со скоростью  $v$ . Следовательно, масса одной и той же частицы различна в разных инерциальных системах отсчета. Из этой формулы следует, что тело с массой покоя, отличной от нуля, не может двигаться со скоростью света; при  $v \rightarrow c$ ,  $m \rightarrow \infty$ , следовательно, для сообщения телу скорости, равной скорости света, необходимо совершение бесконечно большой работы, что невозможно.

### 4.3 Основной закон релятивистской динамики

По основному закону классической динамики:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}.$$

Если рассматривать релятивистский импульс

$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}},$$

закон оказывается инвариантным по отношению к преобразованиям Лоренца. Можно записать основной закон релятивистской динамики, описывающий движение релятивистской частицы, в виде

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}, \quad \vec{F} = \frac{d}{dt} \left( \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} \right).$$

#### 4.4 Закон взаимосвязи массы и энергии

В теории относительности, рассматривая массу релятивистской частицы, Эйнштейн получил формулу:

$$E = mc^2.$$

Полная энергия частицы равна произведению её массы  $m$  на квадрат скорости света в вакууме  $c$  ( $c = 3 \cdot 10^8$  м/с).

Из формулы Эйнштейна следует, что всякое изменение энергии тела  $\Delta E$  изменяет релятивистскую массу тела на  $\Delta m = \Delta E / c^2$  и, наоборот, всякое изменение релятивистской массы сопровождается изменением энергии тела:

$$\Delta E = \Delta mc^2.$$

Это утверждение носит название закона взаимосвязи релятивистской массы и энергии.

Итак, полная энергия релятивистской частицы  $E$  записывается в виде:

$$E = mc^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}.$$

Она состоит из энергии покоя частицы и её кинетической энергии:

$$E = m_0c^2 + T = E_0 + T,$$

где  $E_0$  – энергия частицы при  $v = 0$ , ее называют энергией покоя частицы. Эта энергия представляет собой внутреннюю энергию, не связанную с движением частицы как целого. В классической механике энергию покоя не учитывают, считая, что при  $v = 0$  энергия покоящегося тела равна нулю.

В релятивистской механике, как и в классической, выполняется закон сохранения энергии: полная энергия замкнутой системы не изменяется с течением времени.

Закон взаимосвязи массы и энергии подтверждается экспериментами в области ядерной физики. Он используется для расчетов энергетических эффектов при ядерных реакциях и превращениях элементарных частиц.

#### Контрольные вопросы

1. Какой вывод о пространстве и времени можно сделать на основе преобразований Лоренца?
2. Какие следствия вытекают из специальной теории относительности?
3. Как определяется интервал между событиями и является ли он инвариантным?
4. Какой вид имеет основной закон релятивистской динамики?
5. В чем заключается закон сохранения релятивистского импульса?
6. Как выражается кинетическая энергия в релятивистской механике?
7. В чем заключается закон взаимосвязи массы и энергии?

## 5. МЕХАНИКА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

### 5.1 Давление в жидкости и газе

Свойства жидкостей и газов отличаются, однако во многих явлениях их поведение определяется одинаковыми параметрами и идентичными уравнениями. Гидроаэромеханика – раздел физики, изучающий равновесие и движение жидкостей и газов, которые рассматриваются как сплошные среды, непрерывно распределенные в пространстве. Отличительной особенностью жидкостей и газов является их текучесть. В отличие от твердых тел, жидкости и газы не сохраняют своей формы, а принимают форму того сосуда, в который они заключены. Жидкости от газов отличаются наличием поверхностного слоя, большей плотностью при одних и тех же условиях и характером зависимости плотности от давления (практическая несжимаемость жидкостей и заметная сжимаемость газов). Взаимодействия жидкостей с твердыми телами характеризуются давлением. Давление  $p$  жидкости определяется нормальной силой, действующей со стороны жидкости на единицу площади:

$$p = \frac{\Delta F}{\Delta S}.$$

Единица давления в системе СИ – паскаль (Па):  $1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$ , также используется внесистемная единица измерения давления – миллиметр ртутного столба (мм.рт. ст.).  $1 \text{ мм.рт.ст.} = 133 \text{ Па}$ .

Для жидкостей и газов выполняется закон Паскаля: давление в любом месте покоящейся жидкости или газа одинаково по всем направлениям ( $p = \text{const}$ ), и одинаково передается по всему объему, занятому жидкостью или газом.

При наличии силы тяжести, за счет веса вышележащих слоев жидкости появляется зависимость давления от высоты. В этом случае давление по горизонтали, т.е. во всех точках жидкости, лежащих на одном уровне, имеет одинаковую величину. По вертикали давление изменяется линейно с высотой, причем,



$$p - p_0 = \rho gh,$$

где  $\rho$  – плотность жидкости;  $p_0$  – давление на верхнем (внешнем) уровне ( $h=0$ );  $p$  – давление на уровне, имеющем глубину  $h$ .

Давление  $p = \rho gh$  называют гидростатическим давлением.

## 5.2 Уравнение неразрывности

Движение (течение) жидкости называется стационарным, если в заданных точках пространства скорость жидкости не зависит от времени. При этом в разных точках пространства скорости жидкости могут быть неодинаковыми.

При стационарном течении масса жидкости, проходящей через любое поперечное сечение трубки тока за единицу времени, остается неизменной. Жидкость не скапливается в отдельных частях трубки тока, не образует пустот и не переходит в соседние трубки тока.

Если жидкость несжимаема, то плотность  $\rho$  во всех сечениях трубки тока одна и та же ( $\rho = \text{const}$ ) и уравнение неразрывности струи примет вид:

$$vS = \text{const}; \quad v_1 S_1 = v_2 S_2,$$

где  $v$  – модуль скорости жидкости в произвольном поперечном сечении трубки тока площадью  $S$ . Произведение скорости жидкости на площадь поперечного сечения потока называется объёмным расходом жидкости.

Следовательно, при установившемся течении объёмный расход жидкости сквозь поперечное сечение струи постоянен и не зависит от местоположения этого сечения.

## 5.3 Уравнение Бернулли

Если перемещение одних частей жидкости относительно других не связано с возникновением сил внутреннего трения, т.е. вязкость отсутствует, жидкость называется идеальной. Следствием закона сохранения механической энергии для стационарного течения несжимаемой невязкой жидкости по трубке тока является уравнение Бернулли:

$$p + \rho gh + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const},$$

где  $\rho$  – плотность жидкости,  $v$  – модуль скорости течения жидкости в сечении трубки тока, находящемся на высоте  $h$  от условно выбранного уровня,  $p$  – давление в том же сечении трубки тока.

Величина  $p$  в уравнении Бернулли называется статическим давлением, величина  $\frac{\rho v^2}{2}$  – динамическим давлением, а величина  $\rho gh$  представляет собой гидростатическое давление.

Для горизонтальной трубки тока ( $h_1 = h_2$ ) выражение принимает вид:

$$\frac{\rho v^2}{2} + p = \text{const}.$$

Из этого уравнения следует, что в тех сечениях трубки тока, где скорость жидкости больше, статическое давление меньше, а в тех сечениях, где скорость жидкости уменьшается, статическое давление возрастает. Это явление, в частности, положено в основу работы водоструйного насоса и гидротарана. Уравнение Бернулли имеет значение в гидродинамических исследованиях, оно хорошо выполняется и для реальных жидкостей, внутреннее трение которых не очень велико.

#### **5.4 Ламинарный и турбулентный режимы течения жидкостей**

Существует два режима течения жидкостей. Течение называется ламинарным (слоистым), если вдоль потока каждый выделенный тонкий слой

скользит относительно соседних слоев, не перемешиваясь с ними, и турбулентным (вихревым), если вдоль потока происходит интенсивное вихреобразование и перемешивание жидкости (газа).

Ламинарное течение жидкости наблюдается при небольших скоростях движения. Внешний слой жидкости, примыкающий к поверхности трубы, в которой она течет, из-за сил молекулярного сцепления прилипает к ней и остается неподвижным. Скорости последующих слоев тем больше, чем больше их расстояние до поверхности трубы, и наибольшей скоростью обладает слой, движущийся вдоль оси трубы.

При турбулентном течении частицы жидкости приобретают составляющие скоростей, перпендикулярные течению, поэтому они могут переходить из одного слоя в другой. Скорость частиц жидкости быстро возрастает по мере удаления от поверхности трубы, затем изменяется довольно незначительно. Так как частицы жидкости переходят из одного слоя в другой, их скорости в различных слоях внутри мало различаются. Из-за большого градиента скоростей у поверхности трубы обычно происходит образование вихрей.

Характер течения зависит от безразмерной величины, называемой числом Рейнольдса:

$$Re = \frac{\rho v d}{\eta} = \frac{v d}{\nu},$$

где  $\nu = \frac{\eta}{\rho}$  – кинематическая вязкость;  $\rho$  – плотность жидкости;  $v$  – средняя по сечению трубы скорость жидкости;  $d$  – характерный линейный размер, например, диаметр трубы.

При малых значениях числа Рейнольдса ( $Re \lesssim 1000$ ) наблюдается ламинарное течение, переход от ламинарного течения к турбулентному

происходит в области  $1000 \lesssim Re \lesssim 2000$ , а при  $Re = 2300$  (для гладких труб) течение – турбулентное.

### Контрольные вопросы

1. Как возникает давление в жидкости или газе?
2. Что такое линия тока и трубка тока?
3. В чем заключается уравнение неразрывности ?
4. Напишите уравнение Бернулли.
5. Что такое вязкость?
6. Какие режимы течений жидкости называют ламинарным и турбулентным?
7. Каковы причины возникновения турбулентности?
8. Как рассчитывается число Рейнольдса?

## 6. ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ

### 6.1 Статистический и термодинамический методы исследования

Представление о том, что все тела построены из мельчайших частиц - атомов, возникло еще в глубокой древности (Демокрит 5 в. до н.э.). В 18 –19 веках трудами многих ученых создается молекулярная физика, в которой изучают зависимость физических свойств и агрегатных состояний вещества от его внутреннего строения. В настоящее время доказано, что все тела в природе состоят из мельчайших частиц (атомов и молекул), которые находятся в непрерывном хаотическом тепловом движении и взаимодействуют между собой силами притяжения и отталкивания. Теория, основанная на этих положениях, называется молекулярно-кинетической.

В обычных условиях в  $1 \text{ см}^3$  газов содержатся порядка  $10^{25}$  молекул, а в жидкостях и в твердых телах –  $10^{28}$  молекул. В силу такого большого числа частиц необходимо перейти к рассмотрению усредненных величин.

Статистический метод исходит из молекулярно–кинетических представлений о строении вещества, используя при этом законы статистики и теории вероятностей. В молекулярно-кинетической теории (статистической физике) все свойства макроскопической системы, которые наблюдаются на опыте (давление, температура и т.п.), связываются со средними значениями их скоростей и энергий.

Термодинамический метод состоит в изучении физических свойств макроскопических систем путем анализа условий и количественных превращений энергии в рассматриваемых системах. Термодинамика базируется на двух экспериментально установленных законах – первом и втором законах (началах) термодинамики, а также на принципе Нернста. Подходя к изменению состояний вещества с различных точек зрения (и отличаясь друг от друга различными методами исследования), термодинамика и молекулярно-кинетическая теория взаимно дополняют друг друга.

## **6.2 Параметры состояния вещества**

Физические величины, служащие для характеристики состояния термодинамической системы, называют термодинамическими параметрами, или параметрами состояния. Состояние данной массы конкретного газа определяется тремя основными термодинамическими параметрами: давлением, объемом, температурой.

Температура  $T$  – важнейший термодинамический параметр. С точки зрения молекулярно–кинетической теории температура характеризует интенсивность теплового движения молекул. Термодинамическая (абсолютная) температура  $T$  (измеряемая в кельвинах) и практическая температура  $t$  (измеряемая в градусах Цельсия) связаны соотношением

$$T = 273,15 + t.$$

Следует отметить, что абсолютный нуль недостижим, хотя близкое приближение к нему возможно.

Количество вещества, в котором содержится число частиц (атомов или молекул), равное числу атомов в 0,012 кг изотопа углерода  $^{12}\text{C}$ , называется молем. Число частиц, содержащихся в моле любого вещества, одинаково и называется числом Авогадро:

$$N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

Массу моля называют молярной массой  $\mu$ , кг/моль:

$$\mu = N_A \cdot m_0,$$

где  $m_0$  – масса одной молекулы данного вещества.

Определить число молей  $\nu$ , содержащихся в данной массе вещества, можно с помощью соотношения

$$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A},$$

где  $N$  – число молекул, содержащихся в данной массе  $m$  вещества.

### 6.3 Уравнение состояния идеального газа

Простейшей моделью является идеальный газ. Идеальным газом называют газ, молекулы которого имеют пренебрежимо малые размеры, не взаимодействуют друг с другом и столкновения молекул газа между собой и со стенками сосуда считаются абсолютно упругими. Реальные газы в нормальных условиях, а также при низких давлениях и высоких температурах близки по своим свойствам к идеальному.

На основе экспериментально установленных законов Б. Клапейрон вывел соотношение, связывающее между собой параметры состояния газа

давление  $p$ , объем  $V$  и термодинамическую температуру  $T$ , получившим название – уравнение состояния идеального газа для данной массы:

$$\frac{pV}{T} = \text{const.}$$

Следствиями уравнения состояния идеального газа являются все полученные ранее частные газовые законы, описывающие поведение неизменной массы ( $m = \text{const}$ ) идеального газа в изо процессах (процессах, протекающих при постоянстве какого – либо параметра):

1) закон Бойля-Мариотта (изотермический процесс):

$$\text{при } T = \text{const}, \quad pV = \text{const};$$

2) закон Гей-Люссака (изобарный процесс):

$$\text{при } p = \text{const}, \quad V/T = \text{const};$$

3) закон Шарля (изохорный процесс):

$$\text{при } V = \text{const}, \quad p/T = \text{const}.$$

Русский ученый Д.И. Менделеев объединил уравнение Клапейрона с законом Авогадро (при одинаковых  $p$  и  $T$  моли всех газов занимают одинаковый молярный объем) и получил уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева–Клапейрона) для произвольной массы:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT = \nu RT,$$

где  $R = 8,31$  Дж/(моль·К) – универсальная газовая постоянная.

Если ввести постоянную Больцмана:

$$k = \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К},$$

то в этом случае уравнение может быть записано в виде:

$$pV = kN_A \frac{m}{\mu} T = NkT.$$

Разделив его на объем  $V$ , получим:

$$p = nkT,$$

где  $n=N/V$  – число молекул в единице объема (концентрация молекул)

#### **6.4 Закон Максвелла о распределении молекул по скоростям теплового движения**

Молекулы идеального газа находятся в хаотическом, не имеющем какого-либо преимущественного направления движения. Однако, как бы ни изменялись скорости молекул при столкновениях, средняя квадратичная скорость молекул в газе, находящемся в состоянии теплового равновесия при некоторой постоянной температуре, остается постоянной. Это означает, что в газе, находящемся в состоянии равновесия, устанавливается некоторое стационарное, не меняющееся со временем, распределение молекул по скоростям. Применяя методы теории вероятностей, Максвелл нашел функцию

$f(v) = \frac{dn}{dv}$  – закон распределения молекул идеального газа по скоростям

теплового движения:

$$f(v) = 4\pi \left( \frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-m_0 v^2 / (2kT)}.$$

Это соотношение позволяет определить, какое число молекул  $dn$  из общего количества  $n_0$  молекул идеального однородного газа в единице объема обладает при данной температуре скоростями, лежащими в интервале от  $v$  до  $v+dv$ . Соответствующий график представлен на рис. 6.1.



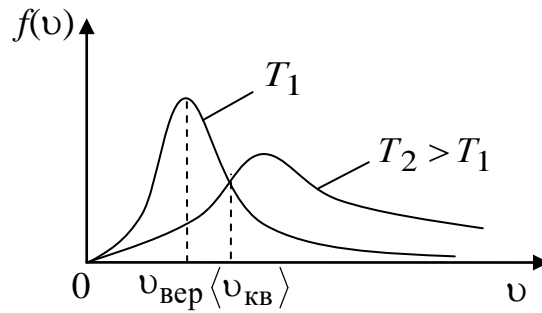


Рис.6.1. Функция распределения Максвелла по скоростям теплового движения молекул

График имеет ярко выраженный максимум при некоторой скорости  $v_{\text{вер}}$ , называемой наиболее вероятной скоростью. Она определяется из экстремума функции  $f(v)$ :

$$v_{\text{вер}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}.$$

Для оценки теплового движения рассматривается средняя квадратичная скорость:

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}.$$

При повышении температуры величина средней квадратичной скорости возрастает. Это означает, что максимум функции распределения сместится вправо. Площадь, ограниченная кривой, должна оставаться неизменной, поэтому при повышении температуры кривая распределения молекул по скоростям будет растягиваться и понижаться.

## 6.5 Явления переноса в газах

В неравновесных системах в результате нарушения полной хаотичности движения молекул возникают особые необратимые процессы, называемые явлениями переноса. Эти нарушения вызваны направленным воздействием на

газ: в случае диффузии должна быть создана неоднородность плотности (происходит пространственный перенос массы), в случае теплопроводности – неоднородность температуры (перенос энергии), в случае внутреннего трения – упорядоченность движений молекул газа со скоростями, неодинаковыми в разных его слоях (перенос импульса).

**Диффузия** – обусловленное тепловым движением молекул самопроизвольное выравнивание концентраций в смеси нескольких веществ. В химически чистых газах диффузия возникает вследствие неодинаковой плотности в различных частях объема газа и продолжается, пока существует градиент плотности.

Перенос массы вещества при описании диффузии подчиняется закону Фика:

$$\Delta M = \frac{dM}{d\tau} = -D \frac{d\rho}{dz} dS,$$

где  $\frac{dM}{d\tau}$  – масса вещества, переносимого в единицу времени через площадку  $dS$ ;  $D$  – коэффициент диффузии;  $\frac{d\rho}{dz}$  – градиент плотности, равный скорости изменения плотности на единицу длины в направлении переноса. Знак «-» указывает, что перенос массы происходит в направлении убывания плотности.

**Теплопроводность.** Явление теплопроводности возникает, если слои газа имеют разную температуру  $T$ . В этом случае происходит направленный перенос внутренней энергии в форме теплоты. Он подчиняется закону Фурье:

$$\Delta Q = \frac{dQ}{d\tau} = -\chi \frac{dT}{dz} dS,$$

где  $\frac{dQ}{d\tau}$  – теплота, переносимая в единицу времени через площадку  $dS$ ;

$\chi$  – коэффициент теплопроводности;  $\frac{dT}{dz}$  – градиент температуры, равный скорости изменения температуры на единицу длины в направлении переноса.

**Внутреннее трение (вязкость)** связано с возникновением сил трения между слоями, перемещающимися параллельно друг другу с различными скоростями. За счет хаотического движения молекулы переходят из слоя в слой. Явление внутреннего трения подчиняется закону Ньютона:

$$\Delta F = \frac{dp}{d\tau} = -\eta \frac{dv}{dz} dS,$$

где  $\Delta F$  – сила внутреннего трения, действующего на рассматриваемый элемент поверхности  $dS$ ;  $\eta$  – коэффициент внутреннего трения (вязкости), зависящий от рода вещества.

Из сопоставления приведенных формул, описывающих явления переноса, следует, что закономерности всех явлений переноса сходны между собой. Это обусловлено общностью лежащего в основе явлений молекулярного механизма перемешивания молекул в процессе их хаотического движения и столкновений друг с другом.

#### Контрольные вопросы

1. Почему статистический и термодинамический методы исследования качественно различны, но взаимно дополняют друг друга?
2. Перечислите известные вам термодинамические параметры.
3. Как связано давление с термодинамической температурой идеального газа?
4. Какими формулами описываются изотермический, изобарный и изохорный процессы?
5. Нарисуйте графики изо процессов в координатах  $P(V)$ ,  $V(T)$ ,  $P(T)$ .

6. Каков физический смысл числа Авогадро?
7. В чем заключается распределение Максвелла по скоростям теплового движения молекул идеального газа?
8. Перечислите явления переноса, какими уравнениями они описываются.

## 7. ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

### Внутренняя энергия системы

Внутренняя энергия является функцией термодинамического состояния системы. Это означает, что когда система оказывается в данном состоянии, ее внутренняя энергия принимает соответствующее этому состоянию значение. Следовательно, изменение внутренней энергии при переходе системы из одного состояния в другое будет равно разности значений внутренних энергий в этих состояниях, независимо от пути, по которому совершался переход. Внутренняя энергия идеального газа представляет собой только кинетическую энергию хаотического теплового движения молекул.

У одноатомного газа молекулы движутся только поступательно и будут иметь 3 степени свободы ( $i = 3$ ) поступательного движения, на каждую из которых приходится энергия равная  $kT/2$ . Возможность вращения у двух- и многоатомных молекул приводит к появлению дополнительных степеней свободы: у двухатомных молекул с жесткой связью между молекулами пять степеней свободы ( $i=5$ ), у трех- и многоатомных – шесть ( $i=6$ ).

Согласно закону Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы молекул на каждую поступательную и вращательную степень свободы приходится в среднем одинаковая энергия, т.е. каждая молекула обладает энергией  $ikT/2$ , где  $i$  – полное число степеней свободы молекулы. Внутренняя энергия идеального газа  $U$ , состоящего из  $N$  молекул, будет равна

$$U = N \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT.$$

## 7.2 Теплота и работа

Возможны две формы передачи энергии от одного тела к другому. Первая из них сводится к тому, что энергия упорядоченного движения одного тела переходит в энергию упорядоченного движения другого тела или его частей. Такую форму передачи энергии в термодинамике называют работой (например, газ двигает поршень).

Вторая форма передачи энергии осуществляется при непосредственном теплообмене взаимодействующих тел. При этом за счет переданной телу энергии усиливается неупорядоченное движение его частиц, т.е. увеличивается внутренняя энергия тела. Такую форму передачи энергии в термодинамике называют теплотой.

Существует качественное различие между этими двумя способами обмена энергиями между макроскопическими телами: работа может привести к изменению любого вида энергии, а теплообмен направлен исключительно на изменение внутренней энергии системы.

## 7.3 Работа газа при его расширении

Рассмотрим газ, заключенный в цилиндрический сосуд с поршнем площадью  $S$ . Если по каким-либо причинам газ станет расширяться, он будет перемещать поршень и совершать над ним работу. При перемещении на бесконечно малое расстояние  $dl$  совершаемая газом работа равна

$$\delta A = Fdl = pSdl = pdV.,$$

где  $Sdl = dV$  – изменение объема системы.

Полная работа  $A$ , совершаемая газом при изменении его объема от  $V_1$  до  $V_2$ , находится через интеграл

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV.$$

Произведенную в некотором процессе работу можно изобразить графически с помощью кривой в координатах  $p, V$ . Пусть изменение давления газа при его расширении изображается кривой  $p(V)$  (см. рис.7.1). При увеличении объема на  $dV$  совершаемая газом работа равна  $p dV$ , поэтому полная работа, совершаемая газом при расширении от объема  $V_1$  до объема  $V_2$ , определяется площадью, ограниченной осью абсцисс, кривой  $p(V)$  и прямыми  $V_1$  и  $V_2$ .

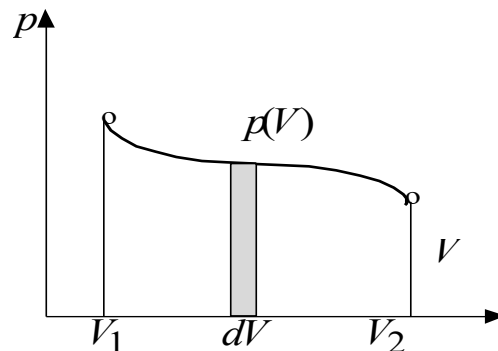


Рис.7.1. Графическое изображение работы

#### 7.4 Первое начало термодинамики

Первое начало термодинамики является выражением закона сохранения и превращения энергии. Количество теплоты, сообщенное системе, идет на приращение внутренней энергии системы и на совершение системой работы над внешними телами:

$$Q = \Delta U + A.$$

Если система периодически возвращается в первоначальное состояние, то изменение ее внутренней энергии  $\Delta U=0$ . Тогда, согласно первому началу термодинамики

$$A=Q.$$

До XX столетия предпринимались попытки создания проектов вечного двигателя. Из первого начала термодинамики следует: вечный двигатель первого рода – периодически действующий двигатель, который совершал бы большую работу, чем сообщенная ему извне энергия, – невозможен.

### 7.5 Адиабатический процесс

Процесс, протекающий без теплообмена с внешней средой ( $Q=0$ ), называется адиабатическим. Этот процесс описывается уравнением Пуассона

$$pV^\gamma = \text{const}, \quad \gamma = \frac{i+2}{i}.$$

Коэффициент  $\gamma$  называется постоянной Пуассона, где  $i$  – число степеней свободы молекулы. Из первого начала термодинамики для адиабатического процесса следует, что

$$\Delta U + A = 0, \quad A = -\Delta U, \quad A' = \Delta U,$$

т. е. работа, совершаемая над газом внешними силами, идет на увеличение его внутренней энергии. Заметим также, что при адиабатическом расширении ( $A>0$ ) газ охлаждается.

### 7.6 Теплоемкость идеального газа

Удельной теплоемкостью вещества  $c$  называется величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1 кг вещества на 1 К,

$$c = \frac{\delta Q}{m dT}.$$

Молярная теплоемкость  $C$  – величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1 моля вещества на 1 К

$$C = \frac{\delta Q}{\nu dT}, \quad \nu = \frac{m}{\mu}.$$

Удельную теплоемкость можно связать с молярной соотношением

$$C = c\mu.$$

В термодинамике различают молярные теплоемкости при постоянном объеме  $C_V$  и постоянном давлении  $C_p$ . Обе теплоемкости связаны между собой уравнением Майера

$$C_p = C_V + R.$$

$C_p$  всегда больше  $C_V$  из-за того, что при нагревании газа при постоянном давлении требуется еще дополнительное количество теплоты на совершение газом работы расширения.

При рассмотрении термодинамических процессов также важно знать характерное для каждого газа отношение  $C_p$  к  $C_V$ :

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}.$$

Коэффициент Пуассона  $\gamma$  – показатель адиабатического процесса.



## 7.7 Круговой процесс (цикл)

Круговым процессом (циклом) называется процесс, при котором система, пройдя через ряд состояний, возвращается в исходное. На графике цикл изображается замкнутой кривой. Работа, совершаемая газом за цикл, определяется площадью, охватываемой кривой. Если за цикл совершается положительная работа (цикл протекает по часовой стрелке, рис.7.2 а), то он называется прямым. Если за цикл совершается отрицательная работа (цикл протекает против часовой стрелки, рис. 7.2 б), то он называется обратным.

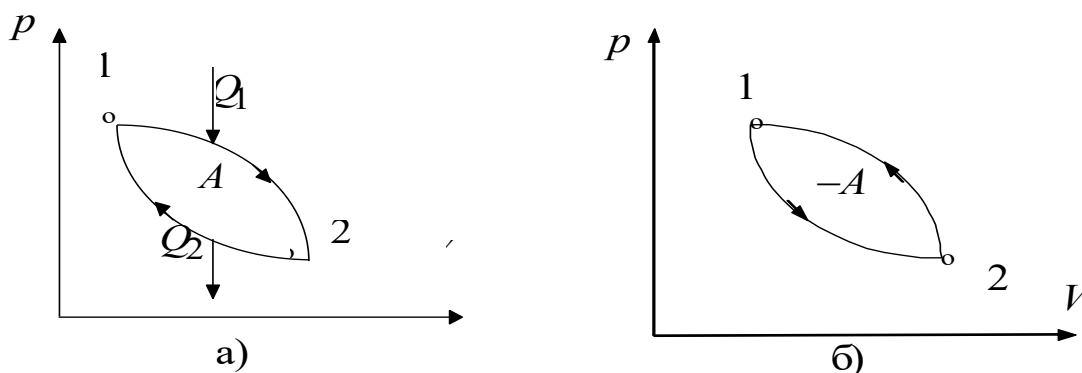


Рис.7.2. Прямой а) и обратный б) круговые циклы

Прямой цикл используется в тепловых машинах – периодически действующих двигателях, совершающих работу за счет полученной извне теплоты. От термостата с более высокой температурой  $T_1$ , называемого *нагревателем*, за цикл отнимается количество теплоты  $Q_1$ , а термостату с более низкой температурой  $T_2$ , называемому холодильником, за цикл передается количество теплоты  $Q_2$ , при этом совершается работа

$$A = Q_1 - Q_2.$$

Обратный цикл используется в холодильных машинах – периодически действующих установках, в которых за счет работы внешних сил теплота переносится к телу с более высокой температурой. Поскольку этот процесс

неестественен (теплота не может самопроизвольно переходить от холодного тела к горячему), приходится над системой совершить работу

$$Q_1 = Q_2 + A.$$

Таким образом, количество теплоты  $Q_1$ , отданное системой термостату с более высокой температурой  $T_1$ , больше теплоты  $Q_2$ , полученной от термостата с более низкой температурой  $T_2$ , на величину работы  $A$ , совершенной над системой.

В результате кругового процесса система возвращается в исходное состояние, и, следовательно, полное изменение внутренней энергии газа равно нулю. Поэтому первое начало термодинамики для кругового процесса примет вид

$$Q = \Delta U + A = A,$$

т.е. работа, совершаемая за цикл, равна количеству полученной извне теплоты. Поскольку в результате кругового процесса система может теплоту как получать, так и отдавать, то

$$A = Q = Q_1 - Q_2,$$

где  $Q_1$  – количество теплоты, полученное системой;  $Q_2$  – количество теплоты, отданное системой.

Из этого соотношения следует, что не все получаемое извне тепло  $Q_1$  используется для получения полезной работы. Для того чтобы двигатель работал циклами, часть тепла, равная  $Q_2$ , должна быть возвращена во внешнюю среду и, следовательно, не используется для совершения полезной работы. Очевидно, что чем полнее превращает тепловой двигатель получаемое извне тепло  $Q_1$  в полезную работу  $A$ , тем этот двигатель выгоднее. Поэтому

двигатель принято характеризовать термическим коэффициентом полезного действия (КПД)  $\eta$ :

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}.$$

Из определения КПД следует, что он не может быть больше единицы.

В холодильной машине теплота  $Q_2$  подводится к газу, а от него отбирается теплота  $Q_1 > Q_2$ . Эффективность холодильной машины характеризуют ее холодильным коэффициентом, который определяют как отношение отнятого от охлаждаемого тела тепла  $Q_2$  к работе  $A$ , которая затрачивается на приведение машины в действие:

$$\eta = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}.$$

Отбирать теплоту от менее нагретого тела и отдавать ее более нагретому без совершения работы нельзя – это утверждение было сформулировано Клаузиусом как второе начало термодинамики.

## 7.8 Обратимые и необратимые процессы. Цикл Карно

Процесс называется обратимым, если он совершается системой сначала в прямом, а затем в обратном направлении, причем, в исходные состояния возвращаются как сама система, так и все внешние тела, с которыми система взаимодействовала. Все необратимые процессы в одном направлении протекают самопроизвольно, а для совершения каждого из этих процессов в обратном направлении необходимо, чтобы параллельно происходил какой-то другой, компенсирующий процесс. Все процессы, сопровождающиеся трением, являются необратимыми.

Обратимые процессы – это идеализация реальных процессов. Их рассмотрение важно по двум причинам: 1) многие процессы в природе и технике практически обратимы; 2) обратимые процессы являются наиболее экономичными, что позволяет найти пути повышения КПД реальных тепловых двигателей.

Для работы теплового двигателя необходимо наличие двух тепловых резервуаров. От одного из них, имеющего более высокую температуру  $T_1$  и называемого нагревателем, двигатель получает количество теплоты  $Q_1$ . Второму, имеющему более низкую температуру  $T_2$  и называемому холодильником, двигатель отдает количество теплоты  $Q_2$ .

Обратимый цикл, совершаемый телом, вступающим в теплообмен с двумя тепловыми резервуарами был рассмотрен французским инженером Карно. Цикл Карно состоит из четырех последовательных процессов (рис.7.3):

1-1' – изотермическое расширение при температуре  $T_1$ ;

1'-2– адиабатическое расширение в условиях теплоизоляции;

2-2' – изотермическое сжатие при температуре  $T_2$ ;

2'-1 – адиабатическое сжатие в условиях теплоизоляции.

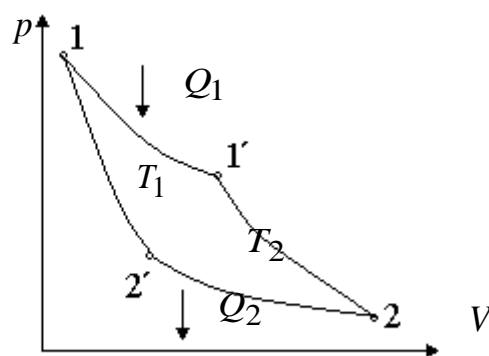


Рис.7.3. Цикл Карно

Можно показать, что термический коэффициент полезного действия идеального цикла Карно

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} < 1$$

зависит только от температуры нагревателя  $T_1$  и холодильника  $T_2$ . КПД реальных тепловых двигателей сравнивают с полученным КПД, так как именно он характеризует степень совершенства теплового двигателя. Это было доказано в теореме Карно: из всех периодически действующих тепловых машин, имеющих одинаковые температуры нагревателей и холодильников, наибольшим КПД обладают обратимые машины.

Итак, КПД необратимой тепловой машины всегда меньше, чем КПД обратимой, работающей в тех же условиях (при тех же максимальной и минимальной температурах рабочего тела).

## 7.9 Энтропия

Понятие энтропии было введено Клаузиусом. Рассматривается отношение теплоты  $Q$ , полученной телом в изотермическом процессе, к температуре  $T$ , называемое приведенным количеством теплоты. Можно ввести функцию, которая определяется только состоянием системы и не зависит от пути, каким система пришла в это состояние. Функция состояния  $S$ , дифференциалом  $dS$  которой является  $\frac{\delta Q}{T}$ , называется энтропией. Итак,

$$dS = \frac{\delta Q}{T}.$$

Для обратимых процессов изменение энтропии за цикл

$$\Delta S = 0.$$

В термодинамике доказывается, что энтропия системы, совершающей необратимый цикл, возрастает, т.е.

$$\Delta S > 0.$$

Оба эти соотношения можно представить в виде неравенства Клаузиуса

$$\Delta S \geq 0,$$

т.е. энтропия замкнутой системы может либо возрасть (в случае необратимых процессов), либо оставаться постоянной (в случае обратимых процессов). Отметим, что если система обменивается теплотой с внешней средой, ее энтропия может вести себя любым образом. В случае адиабатического обратимого процесса, когда  $\delta Q = 0$ , энтропия остается постоянной.

Энтропия, так же как и масса, объем, внутренняя энергия, обладает свойством аддитивности: энтропия системы равна сумме энтропий тел, входящих в систему .

Более глубокий смысл энтропии вскрывается в статистической физике. Энтропия связывается с термодинамической вероятностью состояния системы  $W$ . Согласно Больцману, энтропия связана с логарифмом  $W$  соотношением

$$S = k \ln W,$$

где  $k$  – постоянная Больцмана.

Эта формула даёт энтропии следующее статистическое толкование: энтропия является мерой неупорядоченности системы. Равновесное состояние является наиболее вероятным, а его энтропия максимальна. Будучи предоставлена самой себе, система переходит в более вероятные состояния и в этом процессе энтропия системы возрастает.

## 7.10 Второе начало термодинамики

Выражая закон сохранения и превращения энергии, первое начало не позволяет определить направление протекания процессов. В самом деле, процесс самопроизвольной передачи энергии в форме теплоты не противоречит первому началу термодинамики, если только уменьшение внутренней энергии первого тела равно энергии, полученной вторым. Можно представить много процессов, в которых энергия сохраняется, но которые не осуществляются.

Второе начало термодинамики определяет направление протекания термодинамических процессов. Используя понятие энтропии и неравенство Клаузиуса  $\Delta S \geq 0$ , второе начало термодинамики можно сформулировать как закон возрастания энтропии замкнутой системы при необратимых процессах и сохранения энтропии при обратимых процессах: в процессах, происходящих в замкнутой системе, энтропия не убывает. Второе начало термодинамики имеет и другие формулировки: по Кельвину – невозможен круговой процесс, единственным результатом которого является превращение теплоты, полученной от нагревателя, в эквивалентную ей работу; по Клаузиусу – невозможен круговой процесс, единственным результатом которого является передача теплоты от менее нагретого тела к более нагретому.

Первые два начала термодинамики не описывают поведение термодинамических систем при  $T \rightarrow 0$ . Они дополняются третьим началом термодинамики, или теоремой Нернста: энтропия всех тел в состоянии равновесия стремится к нулю по мере приближения температуры к нулю Кельвина:

$$\lim_{T \rightarrow 0} S = 0.$$

Контрольные вопросы

1. Рассмотрите первое начало термодинамики для изотермического, изобарного, изохорного и адиабатического процессов.
2. Как находится работа газа при изменении его объема?
3. Какие процессы называются адиабатными?
4. Как меняется температура газа при его адиабатном сжатии, расширении?
5. Запишите и объясните уравнение Майера.
6. Что такое круговой процесс (цикл)?
7. Являются ли обратимыми реальные процессы?
8. Объясните принцип действия теплового двигателя и холодильной машины.
9. Из каких процессов состоит цикл Карно?
10. Что такое энтропия? Каково ее статистическое толкование?

## 8. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

### 8.1 Электрический заряд. Закон сохранения электрического заряда

Все тела в природе способны электризоваться, приобретая *электрический заряд*. Наличие электрического заряда проявляется в том, что заряженное тело взаимодействует с другими заряженными телами, т. е. между ними появляются силы взаимодействия. Электрические силы играют чрезвычайно важную роль в природе; в частности, электрическими силами, действующими в атомах и молекулах, в значительной степени объясняются физические и химические свойства веществ.

Фундаментальным свойством электрического заряда является его существование в двух видах – положительных и отрицательных зарядов. Электрический заряд является характеристикой всех элементарных частиц. Вещество состоит из элементарных частиц, поэтому заряд любого тела составляет целое кратное от элементарного электрического заряда ( $q = \pm Ne$ ),



( $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл). Единицей электрического заряда в системе СИ является кулон (Кл).

Обычно заряженные частицы присутствуют в равных количествах и распределены с одинаковой плотностью положительных и отрицательных зарядов. В процессах перераспределения зарядов, например, при электризации на телах может быть создан избыток зарядов какого-либо знака. Однако для всех систем тел выполняется *закон сохранения электрического заряда*: алгебраическая сумма электрических зарядов тел или частиц, образующих электрически изолированную систему, не изменяется при любых процессах, происходящих в этой системе. Отметим, что электрические заряды могут исчезать и возникать вновь. Например, при встрече электрона и позитрона они аннигилируют, превращаясь в нейтральные гамма-кванты. При этом исчезают заряды  $-e$  и  $+e$ . Возможен и обратный процесс рождения такой пары частиц. Эти процессы не противоречат закону сохранения электрического заряда.

## 8.2 Взаимодействие зарядов. Закон Кулона

Сила взаимодействия неподвижных электрических зарядов подчиняется закону электростатического взаимодействия, который был экспериментально установлен Ш. Кулоном (1785г.). Поэтому силы электростатического взаимодействия часто называют кулоновскими силами.

По закону Кулона сила электростатического взаимодействия двух точечных неподвижных электрических зарядов  $q_1$  и  $q_2$ , находящихся в вакууме, прямо пропорциональна произведению этих зарядов, обратно пропорциональна квадрату расстояния  $r$  между зарядами и направлена вдоль линии, соединяющей заряды (рис.8.1).

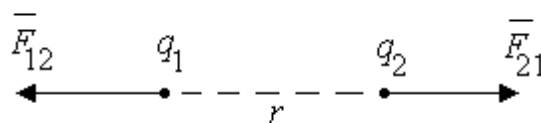


Рис.8.1. Взаимодействие двух точечных  
неподвижных электрических зарядов

При этом одноименные заряды отталкиваются, разноименные – притягиваются. Модуль сил взаимодействия

$$F = |\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = k \frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

Коэффициент  $k = 1/(4\pi\epsilon_0)$ , где  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м – электрическая постоянная; она относится к числу фундаментальных физических постоянных. Закон Кулона остается справедливым и в том случае, когда заряды  $q_1$  и  $q_2$  не являются точечными, но распределены равномерно по всему объему или поверхности тел сферической формы. В этом случае расстояние  $r$  – это расстояние между центрами тел.

### 8.3 Электрическое поле. Напряженность поля

Взаимодействие между неподвижными электрическими зарядами осуществляется посредством электрического (электростатического) поля, причем взаимодействие осуществляется не мгновенно, а распространяется в вакууме со скоростью света. Всякий заряд изменяет свойства окружающего его пространства – создает в нем электрическое поле. Это поле проявляет себя в том, что помещенный в какую-либо его точку электрический заряд оказывается под действием силы. По величине силы, действующей на заряд (который можно назвать «пробным»), можно судить о величине поля.

*Напряженность электростатического поля* в данной точке равна силе, действующей на пробный единичный положительный заряд  $q_0$ , помещенный в эту точку поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}.$$

Направление вектора  $\vec{E}$  совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд. Единицей напряженности электрического поля является ньютон на кулон = вольт на метр, В/м. Напряженность поля  $\vec{E}$  позволяет найти силу, действующую на любой заряд  $q$ , находящийся в этом поле, а именно:

$$\vec{F} = q\vec{E}.$$

Если поле создается положительным зарядом, то вектор  $\vec{E}$  направлен вдоль радиус-вектора, соединяющего заряд и данную точку, от заряда; если поле создается отрицательным зарядом, то вектор  $\vec{E}$  направлен к заряду (рис. 8.2).

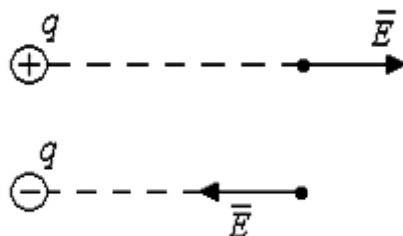


Рис. 8.2. Направление линий напряженности

Графически электростатическое поле изображают с помощью *линий напряженности* – линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора  $\vec{E}$ . По густоте линий в данном месте пространства можно судить о величине поля. Свойства электростатических полей таковы, что линии напряженности никогда не пересекаются, начинаются и заканчиваются только на зарядах, либо уходят в бесконечность. Силовые линии электрического поля, создаваемого точечным положительным и отрицательным зарядом, изображены на рис. 8.3.

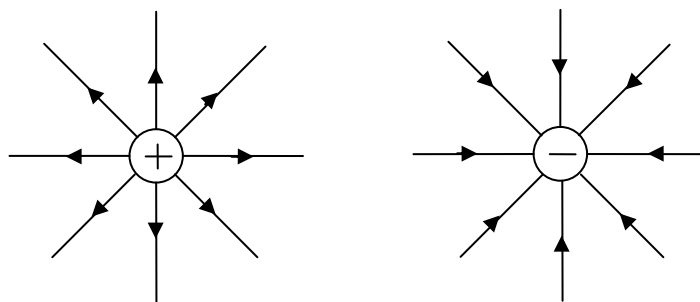


Рис. 8.3. Силовые линии электрического поля

Из принципа суперпозиции действия сил вытекает принцип суперпозиции электрических полей: напряженность, создаваемая системой зарядов, равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых в данной точке в каждом из зарядов системы в отдельности:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots = \sum \vec{E}_i .$$

#### 8.4 Потенциал электрического поля

Напряженность электрического поля связана с силой, действующей на единичный положительный пробный заряд  $q_0$ , и поэтому является его силовой характеристикой. Однако для изучения поля также можно исследовать значения потенциальной энергии  $W_p$ , которой обладает пробный заряд  $q_0$  в данной точке, и определить величину называемую *потенциалом электрического поля* и являющуюся его энергетической характеристикой.

$$\varphi = \frac{W_p}{q_0} ,$$

Потенциал численно равен потенциальной энергии, которой обладал бы в данной точке поля единичный положительный заряд. Потенциал – величина алгебраическая, т.е. он будет положительным, если  $q > 0$ , и отрицательным, если  $q < 0$ . При наложении полей потенциалы складываются алгебраически.

Если заряд  $q$  перемещается из точки с потенциалом  $\varphi_1$  в точку с потенциалом  $\varphi_2$ , то силы электрического поля совершают над зарядом работу, равную произведению величины заряда на разность потенциалов в начальной и конечной точках

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Не всякое перемещение электрического заряда связано с совершением работы: если  $\varphi_2 = \varphi_1$ , работа не совершается.

Потенциал  $\varphi$ , являясь энергетической характеристикой электростатического поля, связан с его силовой характеристикой – напряженностью поля  $\vec{E}$ . В направлении силовой линии поля  $\vec{E}$  происходит наиболее быстрое изменение потенциала. В произвольной точке электростатического поля напряженность численно равна изменению потенциала, приходящемуся на единицу длины силовой линии:

$$E = -\Delta\varphi / \Delta l,$$

где  $\Delta l$  – расстояние по силовой линии. Знак « $\leftarrow$ » говорит о том, что вектор напряженности поля всегда направлен в сторону убывания потенциала.

## 8.5 Проводники в электростатическом поле

Вещества, содержащие свободные заряженные микрочастицы (носители заряда), называются проводниками. Ими являются металлы, плазма и электролитические жидкости. В металлах носителями заряда являются электроны. Носители заряда в проводнике способны перемещаться под действием сколь угодно малой силы. Поэтому для равновесия зарядов в проводнике необходимо выполнение следующих условий:

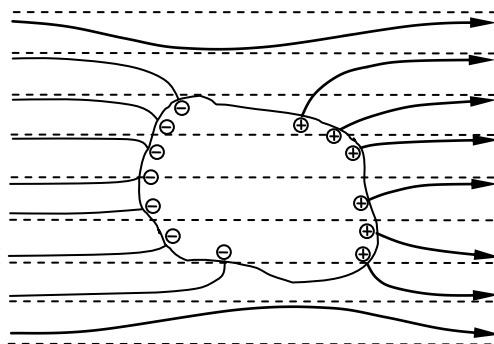
1) напряженность поля всюду внутри проводника должна быть равна нулю ( $\vec{E} = 0$ ). Это означает, что потенциал внутри проводника постоянен ( $\varphi = \text{const}$ ),

т. е. поверхность проводника в электростатическом поле является эквипотенциальной;

2) напряженность поля на поверхности проводника должна быть в каждой точке направлена по нормали к поверхности.

Если проводнику сообщить некоторый избыточный заряд, то нескомпенсированные заряды будут располагаться только на поверхности проводника, поскольку заряды одного знака взаимно отталкиваются и стремятся расположиться на наибольшем расстоянии друг от друга. Плотность зарядов на поверхности проводника определяется кривизной его поверхности: она растет с увеличением положительной кривизны (выпуклости) и убывает с увеличением отрицательной кривизны (вогнутости). Особенно велика плотность зарядов на остриях.

При внесении незаряженного проводника в электрическое поле носители заряда начинают двигаться: положительные по направлению поля, отрицательные – против него. На одном конце проводника будет избыток положительного заряда, на другом – отрицательного. Эти заряды называются *индуцированными*, а явление перераспределения поверхностных зарядов на проводнике во внешнем электрическом поле называется электростатической индукцией. Перераспределение будет происходить до тех пор, пока напряженность поля внутри проводника не станет равной нулю, а линии напряженности вне проводника – перпендикулярными его поверхности (рис. 8.4).



#### Рис.8.4. Электростатическая индукция

Таким образом, нейтральный проводник, внесенный в электрическое поле, разрывает часть линий напряженности; они заканчиваются на отрицательных индуцированных зарядах и вновь начинаются на положительных. Если внутри проводника имеется полость, внутри полости поле будет отсутствовать. На этом основана электростатическая защита – экранирование тел, например, измерительных приборов от влияния внешних электростатических полей. Вместо сплошного проводника для защиты может быть использована густая металлическая сетка, которая будет эффективной и при наличии переменных электрических полей.

#### 8.6 Емкость уединенного проводника

Рассмотрим уединенный проводник, т.е. проводник, который удален от других проводников, зарядов и тел. Как было отмечено ранее, потенциал внутри проводника и во всех точках его поверхности одинаков и пропорционален заряду проводника. Коэффициент пропорциональности  $C$  называется *емкостью проводника* и характеризует способность проводника накапливать электрические заряды.

$$C = q / \varphi$$

Емкость проводника зависит от его размеров и формы, а также свойств окружающей среды, но не зависит от материала, агрегатного состояния, формы и размеров полостей внутри проводника. В частности, емкость шара радиусом  $R$ , находящегося в среде с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ , может быть рассчитана по формуле:

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R,$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м} - \text{электрическая постоянная.}$$

Единица емкости – фарад (Ф), 1Ф – очень большая величина. Например, емкость земного шара  $C \approx 0,7$  мФ.

## 8.7 Конденсаторы

Устройства, обладающие способностью при малых размерах и небольших потенциалах накапливать значительные по величине заряды, получили название конденсаторов. Конденсаторы состоят из двух проводников (обкладок), заряженных одинаковыми по величине, но разными по знаку зарядами  $\pm q$  и разделенных диэлектриком. На емкость конденсатора не должны оказывать влияние окружающие тела, поэтому проводникам придают такую форму, чтобы поле, создаваемое накапливаемыми зарядами, было сосредоточено в узком зазоре между обкладками конденсатора. Этому условию удовлетворяют: а) две плоские пластины; б) два коаксиальных цилиндра; в) две концентрические сферы. Поэтому в зависимости от формы обкладок конденсаторы делятся на плоские, цилиндрические и сферические.

Емкость конденсатора определяется как

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U},$$

где  $\varphi_1 - \varphi_2 = U$  – разность потенциалов (напряжение) на обкладках конденсатора. Емкость конденсатора определяется его геометрией (формой, размерами обкладок и величиной зазора между ними) и свойствами диэлектрика ( $\epsilon$ ). В частности, емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d},$$

где  $S$  – площадь пластин;  $d$  – расстояние между пластинами.



Для увеличения емкости и варьирования ее возможных значений используется параллельное и последовательное соединение конденсаторов.

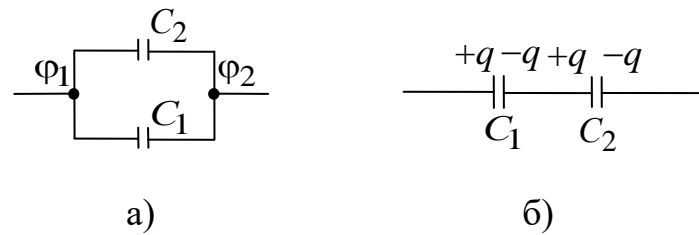


Рис.8.5. Параллельное а) и последовательное б) соединение конденсаторов

При параллельном соединении (рис.8.5 а)

$$C = C_1 + C_2 + \dots,$$

т.е. результирующая емкость равна сумме емкостей отдельных конденсаторов. При этом все конденсаторы заряжены до одинаковой разности потенциалов  $\Phi_1 - \Phi_2$ .

При последовательном соединении конденсаторов (рис.8.5б) результирующая емкость находится по формуле

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$$

В этом случае одинаковы модули зарядов всех обкладок. Результирующая емкость последовательного соединения всегда меньше наименьшей используемой емкости.

### 8.8 Энергия электростатического поля

Энергия  $W$  заряженного проводника рассчитывается как потенциальная энергия взаимодействия находящихся на нем зарядов и определяется соотношением

$$W = \frac{q\Phi}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{C\Phi^2}{2}.$$

По аналогичной формуле рассчитывается энергия заряженного конденсатора.

### 8.9 Диэлектрики в электрическом поле

Диэлектриками называются вещества, не способные проводить электрический ток. Это связано с тем, что внутри диэлектрика все электроны сильно связаны с ядрами атомов и свободные электроны отсутствуют.

Внесение всех диэлектриков во внешнее электрическое поле приводит к возникновению отличного от нуля результирующего электрического дипольного момента диэлектрика, т.е. поляризации диэлектрика. *Поляризацией* диэлектрика называется процесс ориентации диполей или появление под воздействием внешнего электрического поля ориентированных по полю диполей.

Под действием внешнего электрического поля образец поляризуется, причем воздействие внешнего поля  $\vec{E}_0$  приводит к возникновению *связанных* зарядов с разных сторон диэлектрика. Эти нескомпенсированные связанные заряды создают электрическое поле  $\vec{E}_{св}$ , направленное в противоположную сторону по отношению к полю  $\vec{E}_0$ , что приводит к ослаблению поля в диэлектрике (рис. 8.6).

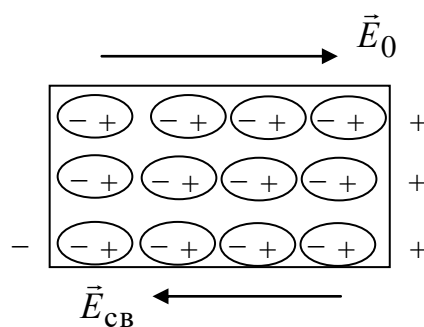


Рис. 8.6. Поляризация диэлектриков

Результирующее поле  $\vec{E}$ , в котором находятся молекулы диэлектрика, складывается из внешнего поля  $\vec{E}_0$  и поля  $\vec{E}_{св}$ , т.е.

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_{св}.$$

Поскольку эти поля направлены в противоположные стороны, поле в диэлектрике уменьшается в  $\varepsilon$  раз:

$$E = E_0 + E_{св} = E_0 / \varepsilon,$$

где  $\varepsilon$  – относительная диэлектрическая проницаемость образца, характеризующая свойства диэлектрика.

Величина  $\varepsilon$  показывает, во сколько раз поле внутри диэлектрика  $\vec{E}$  уменьшается по отношению к внешнему полю  $\vec{E}_0$ , характеризую количественное свойство диэлектрика поляризоваться в электрическом поле.

*Сегнетоэлектрики* – это диэлектрики, обладающие спонтанной (самопроизвольной) поляризованностью в отсутствие внешнего электрического поля. Примерами сегнетоэлектриков являются сегнетова соль и титанат бария. Сегнетоэлектрики являются электрическими аналогами ферромагнетиков.

В отсутствие внешнего электрического поля сегнетоэлектрик состоит из доменов – небольших областей, в которых все дипольные моменты молекул имеют определенное направление. В целом дипольный момент диэлектрика равен нулю.

При внесении сегнетоэлектрика во внешнее электрическое поле происходит переориентация дипольных моментов доменов по полю, причем эта преимущественная ориентация диполя сохраняется и после прекращения действия внешнего поля. Диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon$  имеет очень большие значения и не является однозначной характеристикой диэлектрика, так как зависит от величины  $\vec{E}$ . Для сегнетовой соли, например,  $\varepsilon_{\max} \approx 10^4$ . Сегнетоэлектрические свойства диэлектрика сильно зависят от температуры и сохраняются только в определенном интервале температур.

В настоящее время известно более сотни сегнетоэлектриков, не считая их твердых растворов. Особую роль среди сегнетоэлектрических материалов

играет титанат бария из-за его химической устойчивости, высокой механической прочности, а также из-за сохранения сегнетоэлектрических свойств в широком температурном интервале. Сегнетоэлектрики применяются в качестве генератора и приемника ультразвуковых волн, а также в качестве материалов, обладающих большими значениями  $\epsilon$  (например, в конденсаторах).

#### Контрольные вопросы

1. В чем заключается закон сохранения электрического заряда?
2. Запишите, сформулируйте и объясните закон Кулона.
3. Нарисуйте линии напряженности, создаваемые точечными зарядами, электрическим диполем.
4. Дайте определения потенциала данной точки электрического поля и разности потенциалов двух точек поля.
5. Какова связь между напряженностью и потенциалом.
6. Что показывает диэлектрическая проницаемость среды?
7. Какова напряженность и потенциал поля, а также распределение зарядов внутри и на поверхности заряженного проводника?
8. На чем основана электростатическая защита?
9. Как находится энергия электростатического поля?

## 9. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Электрическим током называется упорядоченное движение электрических зарядов. Упорядоченное движение электрических зарядов, происходящее в проводнике, называется током проводимости (ток в металлах, электролитах, газах). Упорядоченное движение электрических зарядов, происходящее при движении в пространстве заряженного тела, называется конвекционным

током. За направление тока условно принимают направление движения положительных зарядов.

Для протекания тока необходимо наличие в данной среде носителей заряда, которые могли бы перемещаться по проводнику. Обычно это электроны в металлах, электроны и дырки в полупроводниках, ионы в электролитах, ионы и электроны в газах. Вторым условием существования тока является наличие в среде электрического поля неэлектростатического происхождения, энергия которого затрачивалась бы на перемещение зарядов. Поэтому нужен источник электрической энергии – устройство, в котором осуществляется преобразование какого-либо вида энергии в энергию электрического поля.

### 9.1 Сила и плотность тока

Силой тока  $I$  называется физическая величина, равная отношению заряда  $dq$ , переносимого через поверхность  $S$  за малый промежуток времени  $dt$ , к величине этого промежутка:

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Если сила тока и его направление не изменяются со временем, то такой ток называется постоянным. Для постоянного тока

$$I = \frac{q}{t},$$

где  $q$  – электрический заряд, проходящий за время  $t$  через поперечное сечение проводника. Единицей измерения силы тока в системе СИ является ампер (А). Распределение электрического тока по сечению характеризуется вектором плотности тока  $\vec{j}$ :

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}}.$$

В классической теории электропроводности металлов показывается, что плотность тока в проводнике пропорциональна концентрации  $n$  свободных носителей, имеющих заряд  $e$  и среднюю скорость направленного движения  $\vec{v}_{\text{ср}}$ , а именно:

$$\vec{j} = ne\vec{v}_{\text{ср}}.$$

## 9.2 Закон Ома для однородного участка цепи

Экспериментально было установлено, что сила тока, протекающего по однородному металлическому проводнику, пропорциональна разности потенциалов (напряжению) на его концах  $U$  и обратно пропорциональна сопротивлению проводника  $R$ :

$$I = U / R.$$

Формула выражает закон Ома для участка цепи без источника тока. Сопротивление проводника зависит от его формы и размеров, а также от свойств материала, из которого он изготовлен, и от температуры. Для однородного цилиндрического проводника сопротивление  $R$  прямо пропорционально длине проводника  $l$  и обратно пропорционально площади его поперечного сечения  $S$ :

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где  $\rho$  – коэффициент пропорциональности, характеризующий материал проводника и называемый удельным электрическим сопротивлением.

Удельное сопротивление зависит от материала проводника и его температуры. Наименьшим удельным сопротивлением обладают серебро и

медь. На практике применяются медные и алюминиевые провода. Опыт показывает, что в первом приближении изменение удельного сопротивления с температурой описывается линейным законом

$$\rho = \rho_0 \alpha T,$$

где  $\rho_0$  – удельное сопротивление проводника при  $0\text{ }^\circ\text{C}$ ;  $\alpha$  – температурный коэффициент сопротивления, для большинства металлов (при не очень низких температурах) близкий к  $1/273\text{ K}^{-1}$ .

У большой группы металлов и сплавов при температурах  $T_k$  порядка нескольких кельвин, называемых критическими, сопротивление скачком обращается в нуль, т.е. металл становится абсолютным проводником. Это явление, названное *сверхпроводимостью*, было обнаружено в 1911 г. Камерлинг - Оннесом для ртути. В дальнейшем сверхпроводимость была обнаружена у свинца, олова, цинка, алюминия и других металлов, а также у ряда сплавов. Для каждого сверхпроводника имеется своя критическая температура  $T_k$ , при которой он переходит в сверхпроводящее состояние. При воздействии на сверхпроводник магнитного поля сверхпроводящее состояние нарушается. В настоящее время ведется интенсивный поиск высокотемпературных сверхпроводников, поскольку практическое использование сверхпроводящих материалов затруднено из-за низких критических температур. В частности, обнаружены и активно используются керамические материалы, обладающие сверхпроводимостью при температуре выше 100 К, однако их стоимость пока чрезвычайно высока.

### **9.3 Последовательное и параллельное соединение проводников**

Электрическая цепь постоянного тока состоит из проводников (резисторов) и источников тока. При составлении электрической цепи проводники могут соединяться последовательно или параллельно.

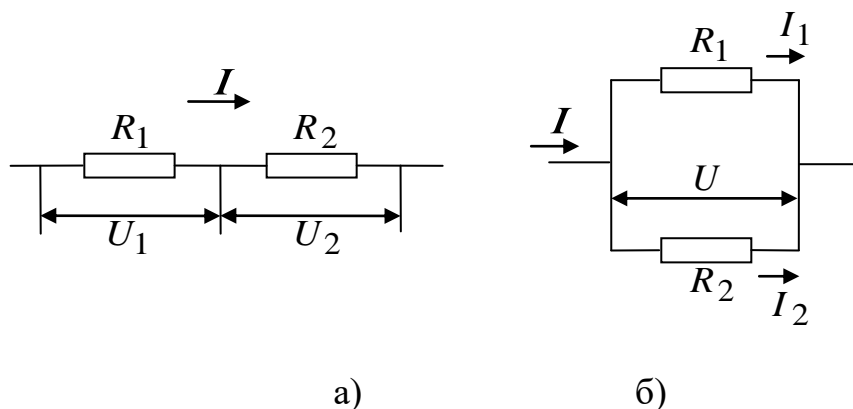


Рис. 9.1. Последовательное а) и параллельное б) соединения проводников

При *последовательном* соединении проводников (рис. 9.1.а) электрическая цепь не имеет разветвлений. Все проводники включаются в цепь последовательно друг за другом. При последовательном соединении:

- сила тока во всех частях цепи одинакова  $I = \text{const}$  ;
- падение напряжения в цепи равно сумме падений напряжений на отдельных участках  $U = U_1 + U_2 + \dots$ ;
- общее сопротивление цепи равно сумме сопротивлений отдельных проводников  $R = R_1 + R_2 + \dots$

При *параллельном* соединении проводников (рис. 9.1.б) электрический ток разветвляется таким образом, что

- сила тока  $I$  в неразветвленной части цепи равна сумме сил токов, протекающих через отдельные сопротивления  $I = I_1 + I_2 + \dots$ ;
- падения напряжения в параллельно соединенных участках цепи одинаковы  $U = \text{const}$  ;
- общее сопротивление цепи рассчитывается по формуле

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

#### 9.4 Закон Ома для неоднородного участка цепи



Неоднородным называется участок цепи, на котором действуют сторонние силы (не электростатической природы), т.е. имеется источник ЭДС (рис.9.2).

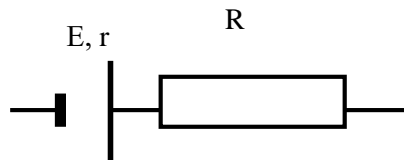


Рис. 9.2. Неоднородный участок цепи

Поскольку на неоднородных участках цепи на заряды действует не только электростатическое поле, но и поле сторонних сил  $\vec{E}_{\text{СТ}}$ , запись закона сохранения энергии приводит к выражению:

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}.$$

Это и есть закон Ома для неоднородного участка цепи или обобщенный закон Ома. Левая часть этого соотношения является напряжением  $U_{12}$  на данном участке цепи:  $IR = U_{12}$ ,

оно определяется суммой разности потенциалов и ЭДС источников, действующих на участке.

Если на данном участке цепи источник тока отсутствует ( $\varepsilon = 0$ ), приходим к закону Ома для однородного участка цепи  $I = U/R$ .

Для замкнутой цепи (рис .9. 3) точки 1 и 2 совпадают ( $\varphi_1 = \varphi_2$ ), поэтому

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}.$$

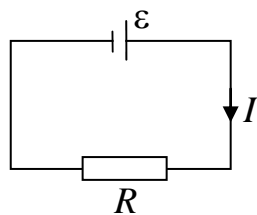


Рис. 9.3. Замкнутая электрическая цепь

Это соотношение называют законом Ома для замкнутой цепи. Разность потенциалов (напряжение) на зажимах источника  $\varphi_2 - \varphi_1 = U = IR = \varepsilon - Ir$  равна ЭДС только в том случае, если цепь разомкнута ( $I = 0$ ); в замкнутой цепи она всегда меньше ЭДС.

### 9.5 Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца

Рассмотрим однородный проводник, к концам которого приложено напряжение  $U$ . За время  $t$  через сечение проводника переносится заряд  $q = It$ . Работа по перемещению заряда вдоль электрической цепи, совершаемая под действием электрического поля, определяется соотношением

$$A = UIt = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t.$$

Мощность тока, т.е. работа  $P = dA/dt$ , совершаемая током за единицу времени, равна

$$P = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

В случае, когда проводник неподвижен и химических превращений в нем не совершается, работа, совершаемая током, затрачивается на увеличение внутренней энергии проводника, в результате чего он нагревается. Количество теплоты  $Q$ , выделяемое в проводнике вследствие закона сохранения и превращения энергии, равно работе, совершаемой током:

$$Q = UI t = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t .$$

Это соотношение носит название закона Джоуля - Ленца.

## 9.6 Правила Кирхгофа для разветвленных цепей

Расчет разветвленных цепей производится по правилам, выведенным из обобщенного закона Ома Кирхгофом. Первое из них относится к узлам цепи. Узлом называется точка, в которой сходится не менее трех проводников с током. При этом ток, входящий в узел, считается положительным, а выходящий из узла – отрицательным.

Первое правило Кирхгофа вытекает из закона сохранения электрического заряда: алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum I_k = 0 .$$

Это уравнение может быть записано для каждого из  $N$  узлов цепи.

Второе правило Кирхгофа – следствие закона сохранения энергии: в любом замкнутом контуре, произвольно выбранном в разветвленной электрической цепи, алгебраическая сумма произведений сил токов  $I_i$  на сопротивления  $R_i$  соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме ЭДС  $\varepsilon_k$ , встречающихся при обходе контуре:

$$\sum I_i R_i = \sum \varepsilon_k .$$

Число независимых уравнений, составленных в соответствии с первым и вторым правилами Кирхгофа, оказывается равным числу различных токов, текущих в разветвленной цепи. Поэтому, если заданы ЭДС и сопротивления для всех неразветвленных участков, то могут быть вычислены все токи.

## Контрольные вопросы

1. Что называется силой тока и плотностью тока?
2. Назовите условия возникновения и существования электрического тока.
3. От чего зависит сопротивление проводников?
4. В чем заключается явление сверхпроводимости и каковы перспективы его использования?
5. Как рассчитывать параллельное и последовательное соединение резисторов?
6. Напишите и проанализируйте обобщенный закон Ома.
7. Сформулируйте закон Джоуля - Ленца.
8. Как записываются правила Кирхгофа? На чем они основаны?

## 10. МАГНЕТИЗМ

### 10.1 Магнитное поле. Вектор индукции магнитного поля

В природе встречаются вещества, способные притягивать предметы из железа. Силовое поле, создаваемое такими веществами (постоянными магнитами), называют магнитным полем.

Опытами доказано, что вокруг проводников с током существует такое же поле, как и вокруг постоянных магнитов. Оно обнаруживается по силовому действию, оказываемому на проводники с током и постоянные магниты, помещенные в это поле. В частности, магнитная стрелка ориентируется в каждой точке магнитного поля определенным образом. В настоящее время установлено, что источниками магнитного поля являются стационарные электрические токи, т.е. движущиеся заряды. Это относится и к полю постоянных магнитов, которое также создается токами – микроскопическими замкнутыми молекулярными токами.

В качестве основной характеристики магнитного поля введен вектор магнитной индукции  $\vec{B}$ . Вблизи проводника линии магнитной индукции лежат в плоскостях, перпендикулярных проводнику. Направление линий

магнитной индукции определяется по правилу правого винта (буравчика): если ввинчивать буравчик по направлению тока в проводнике, то направление движения рукоятки буравчика укажет направление магнитных силовых линий (рис.10.1).

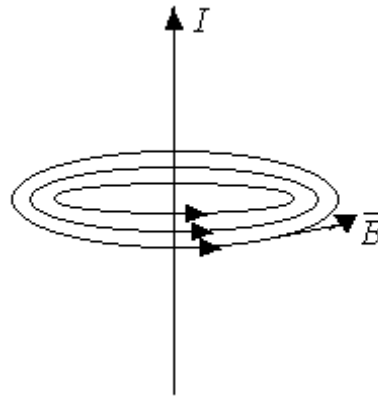


Рис.10.1. Направление линий магнитной индукции

Вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  является силовой характеристикой магнитного поля подобно тому, как напряженность является силовой характеристикой электростатического поля.

Единицей индукции магнитного поля  $\vec{B}$  в СИ является тесла (Тл). Это магнитная индукция такого однородного магнитного поля, которое действует с силой в 1 Н на каждый метр длины прямолинейного проводника с током в 1 А, расположенного перпендикулярно направлению поля.

## 10.2 Сила Ампера

Изучением взаимодействия токов занимался Ампер. Он сформулировал закон, названный впоследствии его именем, который позволяет рассчитать силовое воздействие на ток со стороны магнитного поля. В однородном магнитном поле сила, действующая на проводник с током:

$$F = kIBl \sin \alpha,$$

где  $k$  – коэффициент пропорциональности, равный в системе СИ единице;  $I$  – сила тока в проводнике;  $B$  – индукция магнитного поля;  $l$  – длина проводника;  $\alpha$  – угол между  $l$  и  $B$ .

Направление силы, действующей на ток, можно определить с помощью правила левой руки. Если расположить левую руку так, чтобы вектор  $\vec{B}$  входил в ладонь, а четыре сложенных вместе пальца были направлены вдоль тока, то отставленный в сторону большой палец укажет направление силы Ампера.

Закон Ампера лежит в основе работы электродвигателей, преобразующих электрическую энергию в механическую работу.

### 10.3 Сила Лоренца

Магнитное поле действует не только на проводники с током, но и на отдельные электрические заряды, движущиеся в поле. Более того, из опытов следует, что сила Ампера есть результат действия магнитного поля на движущиеся заряженные частицы, образующие электрический ток. Сила, действующая на отдельный заряд  $q$ , движущийся в магнитном поле  $\vec{B}$  со скоростью  $\vec{v}$ , может быть рассчитана по формуле:

$$F_{\text{л}} = |q|vB \sin \alpha$$

где  $\alpha$  – угол между направлением скорости и вектором индукции магнитного поля. Выражение впервые было получено Лоренцем, и сила названа его именем.

В этой формуле  $q$  – алгебраическая величина заряда. Она может быть положительной и отрицательной. Знак заряда определяет направление силы Лоренца, причем для положительных зарядов правило левой руки остается справедливым.

Заряженная частица, движущаяся вдоль направления магнитного поля ( $\alpha=0$ ), не испытывает действия силы с его стороны.

Поскольку сила Лоренца всегда направлена перпендикулярно скорости заряженной частицы, она работы над частицей не совершает. Следовательно, действуя на заряженную частицу магнитным полем, изменить ее энергию нельзя.

В общем случае на движущийся заряд, помимо магнитного поля с индукцией  $\vec{B}$ , может действовать еще и электрическое поле с напряженностью  $\vec{E}$ . Тогда результирующая сила, действующая на заряд, определится по формуле Лоренца:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v} \cdot \vec{B}].$$

#### 10.4 Явление электромагнитной индукции

Явление электромагнитной индукции было открыто М. Фарадеем и состоит в возникновении переменного электрического тока в замкнутом проводящем контуре при изменении пронизывающего его магнитного поля. Таким образом, в замкнутом контуре, находящемся в переменном магнитном поле, возникает индуцированное электрическое поле, энергетической характеристикой которого является ЭДС электромагнитной индукции  $\varepsilon_i$ . Следствием является появление индукционного тока.

Связь между направлением индукционного тока и характером вызвавшего его изменения магнитного поля исследовал Ленц. Он установил, что при всяком изменении магнитного поля, проходящего сквозь поверхность замкнутого контура, в нём возникает индукционный ток такого направления, что создаваемое им магнитное поле противодействует изменению магнитного потока  $d\Phi$ . Закон Фарадея с учетом правила Ленца записывается в виде:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\phi}{dt}$$

и формулируется : ЭДС электромагнитной индукции равна скорости изменения магнитного потока.

Закон Фарадея лежит в основе работы генераторов переменного электрического тока.

### **10.5 Магнитные моменты атомов**

Известно, что все вещества, помещенные в магнитное поле, намагничиваются. Согласно представлениям классической физики, электроны в атомах движутся по некоторым замкнутым орбитам, поэтому каждый атом или молекулу можно рассматривать как совокупность электронных микротоков. Вследствие этого даже в отсутствие внешнего магнитного поля атомы обладают магнитным моментом, связанным с орбитальным движением электронов, т.е. являются магнитными диполями.

Оказалось, что наряду с орбитальным магнитным моментом электроны обладают также собственным (спиновым) магнитным моментом. Считается, что спин является таким же неотъемлемым свойством электрона, как его масса и заряд.

Магнитный момент атома складывается из магнитных моментов (как орбитальных, так и спиновых), входящих в его состав электронов и магнитного момента ядра. В зависимости от величины суммарного магнитного дипольного момента и особенностей атомного строения все вещества по магнитным свойствам подразделяются на три группы: диамагнетики, парамагнетики и ферромагнетики.

### **10.6 Магнитное поле в веществе**

При описании магнитного поля, помимо вектора магнитной индукции, используется также вспомогательная величина – вектор напряженности магнитного поля  $H$ . Намагниченность  $J$  принято связывать не с магнитной



индукцией, а с напряженностью магнитного поля, не зависящей от вида магнетика и определяемой внешними условиями. Опыт показывает, что для большинства веществ справедливо соотношение:

$$\vec{J} = \chi \vec{H},$$

Намагниченность оказывается пропорциональной напряженности приложенного магнитного поля. Здесь  $\chi$  – характерная для данного магнетика величина, называемая магнитной восприимчивостью.

Безразмерная величина  $\mu = 1 + \chi$  называется относительной магнитной проницаемостью вещества. Поскольку восприимчивость  $\chi$  может быть как положительной, так и отрицательной, то магнитная проницаемость  $\mu$  может быть как больше, так и меньше единицы. Относительная магнитная проницаемость  $\mu$  показывает, во сколько раз усиливается (или ослабевает) поле в магнетике по сравнению с полем в вакууме.

**Диамагнетики.** В диамагнетиках собственное магнитное поле  $\vec{B}'$ , индуцируемое внешним полем  $B_0$ , направлено противоположно внешнему полю. Поэтому результирующее поле в диамагнетике ослабляется. Это означает, что восприимчивость диамагнетиков  $\chi < 0$ , т.е. магнитная проницаемость  $\mu < 1$ .

Наведенные составляющие магнитных полей атомов складываются и образуют собственное магнитное поле вещества, ослабляющее внешнее магнитное поле. Этот эффект получил название диамагнитного эффекта.

Диамагнитный эффект наблюдается только у тех веществ, атомы которых не обладают суммарным магнитным моментом. К диамагнетикам относятся многие металлы (например, Bi, Ag, Au, Cu) и большинство органических соединений.

Диамагнитная восприимчивость от температуры не зависит. В отсутствие внешнего магнитного поля диамагнетик немагнитен.

**Парамагнетики.** У парамагнитных веществ при отсутствии внешнего магнитного поля атомы (молекулы) всегда обладают магнитным моментом. Однако вследствие теплового движения молекул их магнитные моменты ориентированы беспорядочно, поэтому у парамагнетиков в отсутствие внешнего магнитного поля намагниченность равна нулю. При внесении парамагнетика во внешнее магнитное поле устанавливается преимущественная ориентация магнитных моментов по полю тем большая, чем больше магнитное поле, и тем меньшая, чем выше температура. Таким образом, парамагнетик во внешнем магнитном поле намагничивается, создавая собственное магнитное поле, совпадающее по направлению с внешним полем и усиливающее его. Этот эффект называется парамагнитным. Парамагнетиками являются, например, кислород, окись азота, алюминий, щелочные металлы.

При ослаблении внешнего магнитного поля до нуля ориентация магнитных моментов вследствие теплового движения нарушается и парамагнетик размагничивается. В отсутствие внешнего магнитного поля парамагнетик, как и диамагнетик, немагнитен.

Магнитная восприимчивость парамагнетиков невелика и положительна. Поэтому относительная магнитная проницаемость  $\mu > 1$ . Восприимчивость парамагнетиков обратно пропорциональна абсолютной температуре.

**Ферромагнетики.** Особый класс магнетиков образуют вещества, способные обладать спонтанной намагниченностью в отсутствие внешнего магнитного поля. Внутреннее магнитное поле в ферромагнетиках может в сотни и тысячи раз превышать вызвавшее его внешнее магнитное поле. Магнитная восприимчивость ферромагнетиков положительна и весьма велика. К числу ферромагнетиков относятся железо, никель, кобальт и ряд сплавов, причем ферромагнетизм присущ этим веществам, когда они находятся только в кристаллическом состоянии. Особенностью ферромагнетиков является наличие зависимости относительной магнитной проницаемости  $\mu$  от величины

напряженности  $H$  приложенного магнитного поля. Максимальные значения  $\mu$  для ферромагнетиков очень велики: Fe – 5000; кремнистое железо ( $\text{Fe}^+ 3\% \text{Si}$ ) – 10000; пермаллой (78 % Ni + 22 % Fe) – 100000. Особые свойства ферромагнетиков объясняются наличием в них малых областей, обладающих однородной самопроизвольной намагниченностью. Такие области называются доменами. Линейные размеры доменов составляют  $10^{-2}$ - $10^{-3}$  см. Поэтому внешнее магнитное поле в ферромагнетике ориентирует моменты не отдельных частиц, а целых областей-доменов.

Для каждого ферромагнетика имеется определенная температура  $T_c$ , называемая точкой Кюри, при которой области спонтанного намагничивания – домены распадаются и вещество утрачивает ферромагнитные свойства. Например, для железа  $T_c = 1041$  К, для никеля  $T_c = 738$  К. При нагревании образца выше точки Кюри ферромагнетик превращается в обычный парамагнетик. При охлаждении ферромагнетика ниже  $T_c$  в нем снова возникают домены.

### Контрольные вопросы

1. Что называется индукцией магнитного поля? Как она направлена?
2. Как магнитное поле действует на проводники с током и движущиеся заряженные частицы?
3. Запишите закон Ампера.
4. Как выражается сила Лоренца? По какому правилу определяется ее направление?
5. В чем заключается явление электромагнитной индукции?
6. Сформулируйте закон Фарадея и правило Ленца.
7. В чем заключается практическая значимость закона электромагнитной индукции Фарадея?
8. Что такое диамагнетизм, парамагнетизм?

9. Каков механизм намагничивания ферромагнетика с точки зрения доменной теории?

10. Что такое точка Кюри?

## 11. УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Уравнения Максвелла – наиболее общие уравнения для электрических и магнитных полей в покоящихся средах. Они играют в электродинамике такую же роль, как законы Ньютона в механике.

### 11.1 Вихревое электрическое поле. Первое уравнение Максвелла

Максвелл выдвинул идею о возбуждении электрического поля переменным магнитным полем. Из закона Фарадея  $\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$  следует, что *любое изменение сцепленного с контуром потока магнитной индукции приводит к возникновению электродвижущей силы индукции* и вследствие этого появляется индукционный ток. Следовательно, возникновение ЭДС электромагнитной индукции возможно и в неподвижном контуре, находящемся в переменном магнитном поле. Всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве вихревое электрическое поле  $E_B$ , которое и является причиной возникновения индукционного тока в контуре. Контур является лишь прибором, обнаруживающим это электрическое поле.

Циркуляция вектора напряженности  $\vec{E}_B$  вихревого электрического поля вдоль замкнутого контура  $L$  равна ЭДС электромагнитной индукции:

$$\mathcal{E}_i = \oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = -\frac{\partial\Phi}{\partial t}.$$

Подставим в эту формулу выражение  $\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}$  и получим первое уравнение Максвелла:

$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S},$$

где знак частной производной подчеркивает тот факт, что интеграл  $\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$  является функцией только времени.

Итак, смысл 1-го уравнения Максвелла заключается в том, что *изменяющееся со временем магнитное поле, порождает электрическое поле.*

Вихревое электрическое поле  $\vec{E}_B$  существенно отличается от  $\vec{E}_q$  электростатического поля. Электрическое поле потенциально, его линии напряженности заканчиваются и начинаются на зарядах. Циркуляция вектора напряженности электростатического поля  $\vec{E}_q$  по любому контуру равна:

$$\oint_L \vec{E}_q d\vec{l} = 0.$$

Циркуляция вектора  $\vec{E}_B$ , наоборот, отлична от нуля.

Вывод: электрическое поле  $\vec{E}_B$ , возбуждаемое магнитным полем, как и само магнитное поле – вихревое. Линии напряженности  $\vec{E}_B$  замкнуты.

## 11.2 Ток смещения. Второе уравнение Максвелла

Основная идея Максвелла заключалась в том, что между электрическими и магнитными полями имеется связь: изменяющееся со временем электрическое поле, должно приводить к появлению магнитного поля. Для установления количественных соотношений между изменяющимся электрическим полем и появляющимся магнитным полем Максвелл ввел в рассмотрение ток смещения: изменяющееся электрическое поле создает ток смещения, который порождает магнитное поле.

Рассмотрим цепь переменного тока, содержащую конденсатор (рис.11.1):

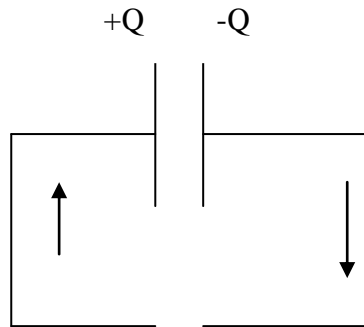


Рис.11.1. Цепь переменного тока

Движение зарядов, т.е. ток проводимости  $I$  имеет место во всей цепи кроме зазора между обкладками конденсатора. По Максвеллу, переменное электрическое поле в конденсаторе в каждый момент времени создает такое магнитное поле, как если бы между обкладками конденсатора существовал ток смещения, равный току в подводящих проводах. Таким образом, токи проводимости  $I$  и токи смещения  $I_{см}$  равны ( $I = I_{см}$ ).

С другой стороны сила тока сквозь произвольную поверхность определяется как поток вектора  $\vec{j}_{см}$ :

$$I = I_{см} = \int_S \vec{j}_{см} d\vec{S}.$$

Выражение  $\vec{j}_{см} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  и было названо Максвеллом плотностью тока смещения. Направление вектора  $\vec{j}_{см}$  совпадает с направлением вектора  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ , где электрическое смещение  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$ .

Максвелл ввел понятие полного тока, равного сумме токов проводимости и токов смещения. Плотность полного тока

$$\vec{j}_{полн} = \vec{j}_{пр} + \vec{j}_{см} = \vec{j}_{пр} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

Полный ток определяется как поток вектора плотности полного тока:

$$I_{\text{полн}} = \int_S \vec{j}_{\text{полн}} d\vec{S} = \int_S (\vec{j}_{\text{пр}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) d\vec{S}.$$

Введя понятие тока смещения и полного тока, Максвелл по-новому подошел к рассмотрению замкнутости цепей переменного тока. Полный ток в цепях переменного тока всегда замкнут, т.е. на концах проводника обрывается лишь ток проводимости, а в диэлектрике (вакууме) между концами проводника имеется ток смещения, который замыкает ток проводимости. Ток смещения по своей сути – это изменяющееся со временем электрическое поле. Второе уравнение Максвелла является обобщением теоремы о циркуляции вектора  $\vec{H}$ , при введении в правую часть уравнения полного тока

$$I_{\text{полн}} = \int_S \vec{j}_{\text{полн}} d\vec{S} \text{ сквозь поверхность } S, \text{ натянутую на замкнутый контур } L:$$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S (\vec{j}_{\text{пр}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) d\vec{S}.$$

Введение Максвеллом понятия полного тока смещения привело к завершению созданной им макроскопической теории электромагнитного поля.

### 11.3 Четыре уравнения Максвелла

В основе теории Максвелла лежат четыре уравнения, позволяющие с единой точки зрения объяснить электрические и магнитные явления и предсказать новые.

$$1. \oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \quad -$$

- циркуляция вектора напряженности суммарного поля  $\vec{E} = \vec{E}_Q + \vec{E}_B$  (циркуляция вектора  $\vec{E}_Q$  равна 0).

Это уравнение показывает, что *источниками электрического поля могут быть не только электрические заряды, но и изменяющиеся во времени магнитные поля.*

$$2. \oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S (\vec{j}_{np} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) d\vec{S} .$$

- обобщенная теорема о циркуляции вектора  $H$ .

Это уравнение показывает, что магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями.

$$3. \oint_S \vec{D} d\vec{S} = Q - \text{теорема Гаусса для поля } \vec{D};$$

или, если заряд  $Q$  распределен внутри замкнутой поверхности непрерывно с объемной плотностью  $\rho$ :

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \oint_V \rho dV .$$

Уравнение доказывает, что в природе существуют электрические заряды.

$$4. \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0 \text{ теорема Гаусса для поля } \vec{B} .$$

Уравнение доказывает, что в природе не существуют магнитные заряды.

Величины, входящие в уравнения Максвелла, не являются независимыми и между ними существует связь:

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}$$

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}$$

где  $\vec{E}$  – напряженность электрического поля,  $\vec{B}$  – магнитная индукция,  $\vec{D}$  – электрическое смещение,  $\vec{H}$  – напряженность магнитного поля,  $\vec{j}$  – плотность тока проводимости,  $\gamma$  – удельная проводимость вещества,  $\varepsilon_0$  и  $\mu_0$  – электрическая и магнитная постоянные,  $\varepsilon$  и  $\mu$  – электрическая и магнитная проницаемости среды.



Совокупность этих 7 уравнений составляют основу электродинамики покоящихся сред.

Уравнения Максвелла для стационарных полей:

$$\vec{E} = \text{Const},$$

$$\vec{B} = \text{Const}$$

$$1. \oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0$$

$$2. \oint_L \vec{H} d\vec{l} = I$$

$$3. \oint_S \vec{D} d\vec{S} = Q$$

$$4. \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

В этом случае источниками электрического поля являются только электрические заряды, источниками магнитного поля – только токи проводимости. Таким образом, электрические и магнитные поля независимы друг от друга, что позволяет изучать отдельно постоянное электрическое и магнитное поля.

Согласно идеям Максвелла, переменное магнитное поле всегда связано с порождаемым им электрическим полем, а переменное электрическое поле всегда связано с порождаемым им магнитным полем, т.е. электрические и магнитные поля неразрывно связаны друг с другом – они образуют единое электромагнитное поле.

Теория Максвелла не только смогла объяснить уже известные экспериментальные факты, но и предсказала новые явления: существование магнитного поля токов смещения позволило предсказать существование электромагнитных волн – переменного электромагнитного поля, распространяющегося в пространстве с конечной скоростью (скоростью света). Этот вывод и теоретическое исследование свойств электромагнитных

волн привели Максвелла к созданию электромагнитной теории света, согласно которой свет представляет собой также электромагнитные волны.

Теория Максвелла была экспериментально подтверждена: электромагнитные волны были получены на практике немецким физиком Герцем, который доказал, что законы их возбуждения и распространения полностью подчиняются уравнениям Максвелла.

К электромагнитному полю применим только принцип относительности Эйнштейна, согласно которому, механические, оптические и электромагнитные явления во всех инерциальных системах отсчета протекают одинаково, т.е. описываются одинаковыми уравнениями. Из принципа относительности следует, что раздельное рассмотрение электрического и магнитного полей имеет лишь относительный смысл. Так если электрическое поле создается системой неподвижных зарядов, то эти заряды, являясь неподвижными относительно одной системы отсчета, движутся относительно другой и, следовательно, будут порождать не только электрическое, но и магнитное поле. Аналогично, неподвижный проводник с постоянным током, возбуждая в каждой точке пространства постоянное магнитное поле, движется относительно других инерциальных систем, и создаваемое им переменное магнитное поле возбуждает вихревое электрическое поле. Таким образом, поле, которое относительно некоторой системы отсчета оказывается чисто электрическим или чисто магнитным, относительно других систем отсчета будет представлять собой совокупность электрического и магнитного полей.

Вывод: теория Максвелла, ее экспериментальное подтверждение, а также принцип относительности Эйнштейна приводят к единой теории электрических, магнитных и оптических явлений, основанных на представлении об электромагнитном поле.

#### Контрольные вопросы

1. Чем вихревое электрическое поле отличается от электростатического?

2. Когда возникает вихревое электрическое поле?
3. Что такое ток смещения? Для чего он вводится?
4. Каков физический смысл обобщенной теоремы о циркуляции вектора напряженности магнитного поля?
5. Запишите полную систему уравнений Максвелла в интегральной и дифференциальной формах.
6. Какие основные выводы можно сделать на основе теории Максвелла?

## 12. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

### 12.1 Колебательный контур

Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из последовательно соединенных конденсатора емкостью  $C$ , соленоида индуктивностью  $L$ , резистора сопротивлением  $R$  и ключа  $K$  (рис.12.1).

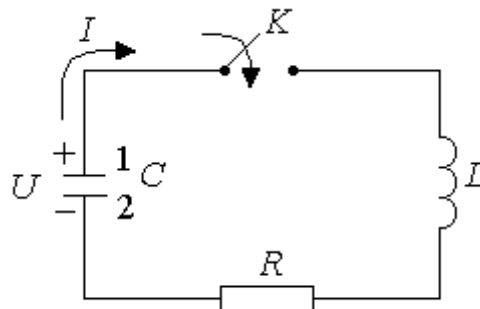


Рис.12.1. Колебательный контур

Если при разомкнутом ключе  $K$  зарядить конденсатор до напряжения  $U$ , а затем замкнуть ключ, то конденсатор начнет разряжаться и в цепи возникнет ток  $I$ . Энергия электрического поля, первоначально сосредоточенная в конденсаторе, переходит в магнитную энергию катушки индуктивности. Когда конденсатор полностью разрядится, ток достигнет максимума. С этого момента ток начнет убывать, но он прекратится не сразу, так как его будет поддерживать ЭДС самоиндукции. Ток будет перезаряжать конденсатор.

Когда ток прекратится, конденсатор полностью перезарядится, при этом вся энергия опять будет сосредоточена на обкладках конденсатора и т.д.

При отсутствии активного сопротивления  $R$  в контуре будут возникать строго периодические колебания, причем периодически изменяются: заряд на обкладках конденсатора, напряжение на нем и ток, текущий через катушку. Если активное сопротивление  $R$  не равно нулю, в контуре будет происходить постепенное преобразование электромагнитной энергии в теплоту. Колебания в этом случае будут постепенно затухать.

Если в контуре нет внешней ЭДС и активное сопротивление  $R$  равно нулю, колебания в контуре являются свободными незатухающими. В этом случае решением уравнения колебательного контура является функция:

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где  $q_m$  – амплитудное значение заряда на обкладках конденсатора;  $\omega_0$  – собственная частота контура;  $\varphi_0$  – начальная фаза.

Из этого уравнения следует, что заряд на обкладках (а также напряжение на конденсаторе и ток) совершает гармонические незатухающие колебания с частотой  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ . Отметим, что величина собственной частоты  $\omega_0$  определяется только свойствами самого контура, в то время как  $q_m$  и  $\varphi_0$  зависят только от начальных условий.

Период свободных незатухающих колебаний определяется по формуле Томсона:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}.$$

В случае свободных колебаний сумма энергий электрического и магнитного полей колебательного контура является полной энергией электромагнитных колебаний и остается постоянной, поэтому

$$\frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2} = const .$$

## 12.2 Волновые процессы

Если в каком-либо месте упругой среды возбудить колебания ее частиц, то вследствие взаимодействия между частицами это колебание будет распространяться в среде с некоторой скоростью  $v$ . Процесс распространения колебаний в пространстве называется *волной*. При распространении волны частицы среды не вовлекаются в поступательное движение, они лишь совершают колебания около своих положений равновесия. Поэтому перенос энергии при распространении волн происходит без переноса вещества.

В зависимости от направления колебаний частиц по отношению к направлению распространения волны различают *продольные* и *поперечные* волны. В продольной волне частицы колеблются вдоль направления распространения волны. В поперечной волне частицы среды колеблются в направлениях, перпендикулярных направлению распространения волны.

Волна, распространяясь от источника колебаний, охватывает все новые и новые части пространства. Геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени  $t$ , называется *волновым фронтом*. Фронт волны представляет собой ту поверхность, которая отделяет часть пространства, уже вовлеченную в волновой процесс, от области, в которой колебания еще не возникли. Геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе, называется волновой поверхностью. Волновые поверхности могут быть любой формы. В простейшем случае они представляют собой совокупность плоскостей, параллельных друг другу, или совокупность концентрических сфер. Соответственно, волна может быть плоской или сферической.

Расстояние  $\lambda$ , на которое распространяется волна за время, равное периоду колебаний частиц среды, называется *длиной волны*:

$$\lambda = vT .$$

Ее также можно определить как расстояние между ближайшими частицами, колеблющимися в одинаковой фазе. Поэтому скорость распространения волны  $v$  является скоростью распространения фазы и называется фазовой скоростью. С учетом  $T = 1/\nu$ , где  $\nu$  – частота колебаний,

$$v = \lambda \nu.$$

Для характеристики волн также используется волновое число  $k$ :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\omega}{v}.$$

### 12.3 Электромагнитные волны

Переменные электрическое и магнитное поля взаимно связаны: одно порождает другое. Последовательность взаимных превращений электрического и магнитного полей, распространяющихся от точки к точке, обладает периодичностью во времени и пространстве и, следовательно, представляет собой волну. Такие волны называются электромагнитными.

Существование электромагнитных волн является важнейшим следствием из уравнений Максвелла. Эти уравнения неразрывно связаны друг с другом и представляют собой типичные волновые уравнения, доказывающие существование электромагнитных волн. Фазовая скорость электромагнитных волн определяется выражением

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}},$$

где  $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$  – скорость света, связанная с электрической  $\epsilon_0$  и магнитной  $\mu_0$  постоянными,  $\epsilon$  и  $\mu$  – электрическая и магнитная проницаемости среды. В вакууме (при  $\epsilon = \mu = 1$ ) скорость электромагнитных волн  $v$  совпадает со скоростью света  $c$ .

Итак, электромагнитное поле, образованное в некоторой области пространства, не остается локализованным в этой области, а с определенной скоростью распространяется в окружающем пространстве в виде электромагнитных волн.

В электромагнитной волне колеблются векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ . Из уравнений следует, что колебания электрического и магнитного векторов в электромагнитной волне происходят с одинаковой частотой  $\omega$  и одинаковой фазой  $\alpha$ , т. е. они колеблются синхронно. Амплитуды этих векторов связаны соотношением

$$E_m \sqrt{\epsilon\epsilon_0} = H_m \sqrt{\mu\mu_0}.$$

Векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  колеблются во взаимно перпендикулярных направлениях и перпендикулярны к направлению распространения волны (рис.12.2), т. е. электромагнитные волны являются поперечными.

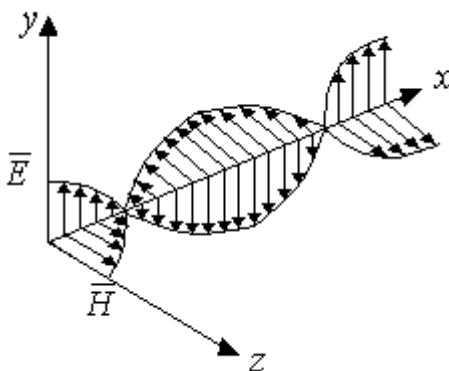


Рис.12.2. Электромагнитная волна

#### 12.4 Энергия электромагнитных волн

Основным свойством всех волн является перенос энергии без переноса вещества. Поскольку в электромагнитной волне представлено два поля, в ней имеют место два вида энергии – электрическая и магнитная.

Для характеристики течения энергии в разных точках пространства вводится векторная величина  $\vec{S}$ , называемая плотностью потока энергии.

Модуль плотности потока энергии равен энергии, переносимой электромагнитной волной за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны. Направлен вектор  $\vec{S}$  в сторону распространения электромагнитной волны. Вектор плотности потока электромагнитной энергии, называемый вектором Умова-Пойтинга, равен

$$\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}].$$

Существование давления электромагнитных волн приводит к выводу о том, что электромагнитному полю присущ механический импульс  $p$ . Импульс электромагнитного поля

$$p = \frac{W}{c}.$$

Таким образом электромагнитная волна, несущая в себе энергию  $W$ , одновременно переносит импульс  $p$ .

#### Контрольные вопросы

1. Из чего состоит колебательный контур? Какие процессы происходят в контуре при свободных гармонических колебаниях?
2. Запишите и проанализируйте формулу Томсона.
3. Как определяется фазовая скорость электромагнитных волн?
4. Что такое волновой фронт и волновая поверхность?
5. Какова связь между длиной волны, скоростью и периодом?
6. Что такое волновое число, волновой вектор?
7. Как возникают электромагнитные волны? Какова скорость их распространения?
8. В чем заключается физический смысл вектора Умова-Пойтинга? Чему он равен?



## 13. ЭЛЕМЕНТЫ ВОЛНОВОЙ ОПТИКИ

### 13.1 Природа света

Оптика – раздел физики, в котором изучаются природа света, закономерности световых явлений и процессы взаимодействия света с веществом. Для объяснения природы света существовали и развивались две теории: корпускулярная и волновая. В природе существуют два принципиально разных способа передачи воздействия одного тела на другое. Один способ связан с переносом вещества, и в корпускулярной теории Ньютона свет считался потоком частиц, идущих от источника во все стороны. Второй способ связан с изменением состояния среды без переноса вещества. В этом случае энергия передается с помощью волны. В волновой теории Гюйгенса свет считался потоком волн, распространяющихся в особой среде – эфире. Обе теории объясняли прямолинейное распространение света, законы отражения и преломления.

Во второй половине 19 века, после открытия явлений дифракции, интерференции, поляризации Максвеллом была создана электромагнитная теория света. Однако в начале XX века выяснилось существование квантовых (корпускулярных) свойств света. Эйнштейн разработал квантовую теорию, согласно которой свет представляет собой поток частиц - фотонов, движущихся со скоростью, равной скорости света, обладая при этом конечной массой.

По современным воззрениям, свет - сложный электромагнитный процесс, обладающий как волновыми, так и корпускулярными свойствами. Явления, связанные с распространением света описываются электромагнитной теорией. Другие явления, такие как фотоэффект, люминесценция, атомные спектры, связаны с поглощением и излучением света, описываются квантовой теорией. Таким образом, теории дополняют друг друга, отражая двойственный характер природы света.

## 13.2 Световые волны

В волновой оптике световые волны рассматриваются как волны определенного диапазона на шкале электромагнитных волн.

Скорость распространения света в веществе  $v$  всегда меньше скорости света в вакууме  $c$ . Отношение  $n = c/v$  характеризует оптические свойства вещества и называется показателем преломления. По теории Максвелла  $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ , т.е. оптические, диэлектрические и магнитные свойства вещества связаны между собой; здесь  $\epsilon$  и  $\mu$  относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости вещества.

Длины волн  $\lambda_0$  видимого глазом человека света в вакууме заключены в пределах от 400 нм (фиолетовая область) до 760 нм (красная).

Промежуточные длины волн соответствуют следующим цветам спектра: синему, голубому, зеленому, желтому, оранжевому. Большие (инфракрасная область) и меньшие (ультрафиолетовая) длины волн человеческий глаз не воспринимает. Наибольшая чувствительность глаза соответствует зеленому цвету 550 нм.

В веществе длины световых волн будут иными, поскольку

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{c}{\nu} \frac{v}{c} = \lambda_0 \frac{v}{c} = \frac{\lambda_0}{n},$$

где  $\nu$  – частота падающего света (одинаковая в вакууме и в веществе).

Действие света на вещество определяется интенсивностью света  $I$  – плотностью потока энергии, переносимой световой волной. Расчеты показывают, что  $I \sim nE_m^2$ , т.е. интенсивность света пропорциональна показателю преломления среды и квадрату амплитуды световой волны.

Линии, вдоль которых распространяется световая энергия, называются лучами. В изотропных средах направление луча совпадает с нормалью к волновой поверхности, т. е. с направлением волнового вектора  $\vec{k}$ .

Если световая волна имеет одну строго постоянную частоту, она называется монохроматической. Естественные источники света дают

немонохроматическое излучение, в котором присутствуют волны различных частот. Для получения монохроматического излучения естественный свет пропускают через светофильтры, задерживающие все падающие волны, кроме волн определенной частоты (определенного цвета).

### 13.3 Интерференция световых волн

Интерференция света наблюдается при сложении волн и заключается в перераспределении светового потока в пространстве. Две волны одинаковой частоты, накладываясь друг на друга, возбуждают в некоторой точке пространства колебания одинакового направления:

$$E_1 = E_{m1} \cos(\omega t + \alpha_1), \quad E_2 = E_{m2} \cos(\omega t + \alpha_2).$$

Расчет амплитуды и интенсивности результирующего колебания приводит к соотношениям

$$E_m^2 = E_{m1}^2 + E_{m2}^2 + 2E_{m1}E_{m2} \cos \delta,$$

или  $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta,$

где  $\delta = \alpha_2 - \alpha_1$  – разность фаз колебаний.

Полученный результат зависит от характера временной зависимости разности фаз. Если разность фаз  $\delta$ , возбуждаемых волнами колебаний, остается постоянной во времени, то волны называются когерентными.

В случае некогерентных волн  $\delta$  непрерывно изменяется, принимая с равной вероятностью любые значения, вследствие чего среднее по времени значение  $\cos \delta$  равно нулю. Поэтому для некогерентных волн

$$I = I_1 + I_2,$$

т.е. интенсивность, наблюдаемая при наложении когерентных волн, равна сумме интенсивностей, создаваемых каждой из волн в отдельности. Такая картина наблюдается при включении двух независимых источников.

В случае когерентных волн  $\cos \delta$  имеет постоянное во времени (но свое для каждой точки пространства) значение. Поэтому в тех точках пространства, для которых  $\cos \delta > 0$ ,  $I > I_1 + I_2$ , а в тех точках, для которых  $\cos \delta < 0$ ,  $I < I_1 + I_2$ . Таким образом, при наложении световых волн происходит перераспределение светового потока в пространстве, в результате чего в одних местах возникают максимумы, а в других минимумы интенсивности (т. е. темные и светлые участки при наблюдении в монохроматическом свете).

Естественные независимые источники света всегда являются некогерентными, поскольку излучение светящегося тела складывается из волн, испускаемых многими атомами. Итак, для наблюдения интерференции в первую очередь необходимо получение когерентных волн.

Следует отметить, что условия максимума и минимума зависят от длины световой волны. Это означает, что если в монохроматическом свете интерференционная картина представляет собой чередование темных и светлых полос, в естественном свете полосы приобретут радужную окраску.

### **13.4 Примеры применения интерференции света**

#### **1. Просветление оптики.**

Объективы современных фотоаппаратов и кинопроекторов, и другие оптические устройства состоят из большого числа оптических стекол – линз, призм и др. Проходя через такие устройства, свет отражается от многих поверхностей и поэтому сквозь прибор часто проходит всего 10-20 % поступающего в него света. В результате этого освещенность изображения получается малой. С другой стороны, отражения от поверхностей линз приводят к возникновению бликов. Для устранения этих последствий отражения света от поверхностей линз надо уменьшить коэффициент отражения, т. е. осуществить просветление оптики. Для этого на поверхность линзы наносят тонкую пленку с показателем преломления  $n$ , меньшим показателя преломления стекла  $n_c$ . При отражении света от границ раздела

воздух-пленка и пленка-стекло возникает интерференция когерентных лучей. При соблюдении условия минимума  $\Delta = \lambda/2$  эти волны ослабляют друг друга. Если амплитуды обеих отраженных волн одинаковы или очень близки друг другу, то гашение света будет полным. Поскольку в интерференционные минимумы энергия почти не поступает, это означает, что весь свет проходит через объектив. Толщину пленки подбирают так, чтобы полное гашение при нормальном падении имело место для наиболее восприимчивой глазом длины волны  $\lambda = 5,5 \cdot 10^{-7}$  м (зеленый свет). Отражение света крайних участков спектра – красного и фиолетового ослабляется незначительно. Поэтому объектив с просветленной оптикой в отраженном свете имеет сиреневый оттенок.

## 2. Проверка качества обработки поверхностей.

С помощью интерференции можно оценить обработку поверхности изделия с точностью до  $10^{-8}$  м. Для этого нужно создать тонкую клиновидную прослойку воздуха между поверхностью образца и очень гладкой эталонной пластиной. Тогда неровности поверхности до  $10^{-8}$  м вызовут заметные искривления интерференционных полос, образующихся при отражении света от проверяемой поверхности и нижней грани эталонной пластины.

## 3. Сверхточные измерения.

Явление интерференции применяется в очень точных измерительных приборах, называемых интерферометрами. Интерферометр Майкельсона применяется для точных измерений длины, проверки точности изготовления технических эталонов длины, для точных измерений коэффициентов линейного расширения и т.д. С помощью интерферометров также исследовалось распространение света в движущихся телах, что привело к фундаментальным изменениям представлений о пространстве и времени.

### **13.5 Дифракция света. Принцип Гюйгенса-Френеля**

Дифракцией называется совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света в среде с резкими неоднородностями и связанных с отклонениями от законов геометрической оптики. В частности, огибание препятствий световыми волнами – одно из проявлений дифракции света. Явление дифракции объясняется с помощью принципа Гюйгенса, согласно которому каждая точка, до которой доходит волна, является центром вторичных волн, а огибающая этих волн задает положение волнового фронта в последующие моменты времени. Принцип Гюйгенса позволяет рассчитать только направление распространения волнового фронта, но не затрагивает вопроса об амплитуде (интенсивности) волн, распространяющихся по разным направлениям. Френель существенно развил принцип Гюйгенса, дополнив его идеей интерференции когерентных вторичных волн.

Согласно принципу Гюйгенса-Френеля, световая волна, возбуждаемая некоторым источником, может быть представлена как результат интерференции когерентных вторичных волн, излучаемых фиктивными вторичными источниками. Такими источниками могут служить малые участки любой замкнутой поверхности, охватывающей рассматриваемый источник. Обычно в качестве этой поверхности выбирают одну из волновых поверхностей, в этом случае все вторичные источники колеблются в одной фазе. Кроме того, Френель считал, что мощности вторичного излучения равных по площади участков волновой поверхности одинаковы и что в направлении внешней нормали интенсивность излучения выше, чем под углом к ней. Френель также исключил возможность возникновения обратных вторичных волн и предположил, что при наличии непрозрачных экранов вторичные волны излучаются только открытыми участками рассматриваемой поверхности.

Принцип Гюйгенса-Френеля позволяет в каждом конкретном случае рассчитать излучаемую дифракционную картину. В общем случае расчеты являются весьма громоздкими. Однако Френель показал, что в случаях,

отличающихся симметрией, нахождение амплитуды результирующего колебания может быть осуществлено простым алгебраическим суммированием.

### 13.6 Естественный и поляризованный свет

С точки зрения электромагнитной теории свет представляет собой поперечную электромагнитную волну. Векторы напряженности электрического  $\vec{E}$  и магнитного  $\vec{H}$  полей колеблются во взаимно перпендикулярных плоскостях, перпендикулярных направлению распространения световой волны.

Каждый атом испускает свет, в котором световой вектор  $\vec{E}$  колеблется в какой-то одной плоскости (рис. 13.1.а). Такой свет называют плоскополяризованным. Любой источник света представляет собой совокупность большого числа независимых излучателей (атомов), поэтому колебания вектора  $\vec{E}$  в пучке света, идущего от источника, происходят во всевозможных плоскостях (рис.13.1.б). Такой свет называется естественным.

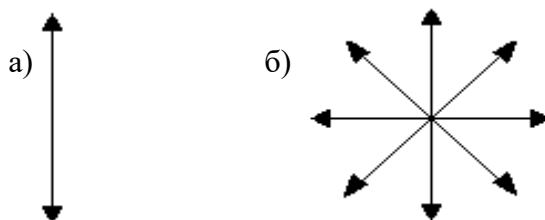


Рис. 13.1 Колебания светового вектора: а) при излучении атома, б) в пучке света

Свет, в котором направления колебаний светового вектора каким-то образом упорядочены, называется поляризованным.

Плоскополяризованный свет можно получить из естественного с помощью приборов, называемых поляризаторами. Эти приборы свободно пропускают колебания, параллельные плоскости, которая называется плоскостью поляризатора, и полностью задерживают колебания, перпендикулярные этой плоскости (рис. 13.2).

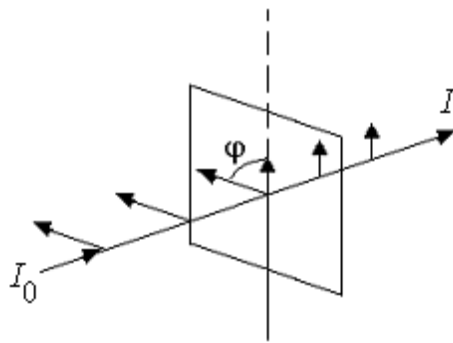


Рис. 13.2. Получение плоскополяризованного света

В качестве поляризаторов могут быть использованы природные кристаллы, обладающие анизотропией по отношению к световому вектору, например, кристаллы турмалина или сернокислого йод-хинина. В них одна из составляющих светового вектора поглощается на очень небольшой длине, а для другой составляющей кристалл прозрачен.

У любого колебания, совершающегося в плоскости, расположенной под углом  $\varphi$  к плоскости поляризатора, через поляризатор пройдет только часть  $E_{\parallel} = E \cos \varphi$ . Поэтому интенсивности волн на входе  $I_0$  и на выходе  $I$  связаны между собой соотношением

$$I = I_0 \cos^2 \varphi,$$

которое носит название закона Малюса. Следует отметить, что это соотношение справедливо, если на поляризатор падает плоскополяризованный свет. Его можно создать из естественного, поставив еще один поляризатор перед рассматриваемым. Поскольку в естественном свете все направления светового вектора равновероятны ( $\varphi$  равновероятны), доля прошедшего через него света будет пропорциональна среднему значению  $\cos^2 \varphi$ , равному  $1/2$ . Итак, при получении плоскополяризованного света из естественного  $I_{\text{ест}}$  его интенсивность уменьшается ровно в два раза. Поэтому интенсивность света, прошедшего через два поляризатора, равна



$$I = \frac{1}{2} I_{\text{ест}} \cos^2 \varphi.$$

Максимальная интенсивность получается при  $\varphi = 0$  (поляризаторы параллельны), наоборот, скрещенные поляризаторы ( $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ) света не пропускают.

### Контрольные вопросы

1. Каковы основные положения и выводы корпускулярной и волновой теории света?
2. Какие волны называются когерентными?
3. В чем заключается интерференция световых волн?
4. Какие условия наблюдения интерференции можете назвать?
5. Расскажите о применениях интерференции света.
6. Сформулируйте принцип Гюйгенса - Френеля.
7. В чем заключается дифракция световых волн?
8. Чем отличается плоскополяризованный свет от естественного?
9. Запишите и объясните закон Малюса.

## 14. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН С ВЕЩЕСТВОМ

### 14.1 Дисперсия света

Дисперсией света называются явления, обусловленные зависимостью показателя преломления вещества от длины световой волны (частоты падающего света). Эту зависимость характеризуют функцией  $n = n(\lambda_0)$ , или  $n = n(\nu)$ , где  $\lambda_0$  – длина световой волны в вакууме. Следствием дисперсии является разложение в спектр пучка белого света при прохождении его через призму. Первые экспериментальные наблюдения дисперсии света принадлежат И. Ньютону. Он открыл тот факт, что показатель преломления

прозрачных веществ не зависит от угла падения светового пучка, а зависит от его цвета, т.е. от длины волны. При прохождении через призму наиболее сильно преломляются фиолетовые лучи, меньше других красные. Следовательно, показатель преломления  $n$  для фиолетовых лучей больше, чем для красных. Графики зависимости  $n(\lambda_0)$  и  $n(\nu)$  имеют вид, изображенный на рис. 14.1. Такой вид зависимости показателя преломления характерен для всех прозрачных бесцветных веществ.

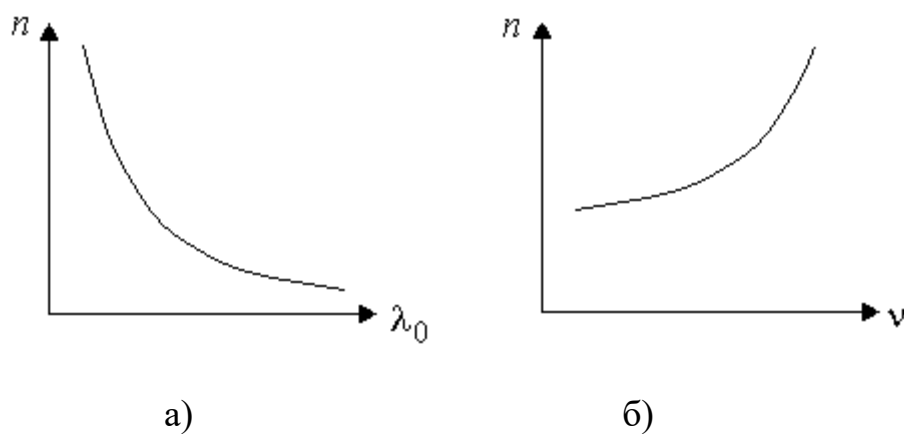


Рис.14.1. Зависимость показателя преломления а) от длины волны б) от частоты

В качестве количественной характеристики этого явления берется величина

$$D = \frac{dn}{d\lambda_0},$$

называемая дисперсией вещества. Она показывает, как быстро изменяется показатель преломления с изменением длины световой волны. Зависимость, изображенная на рис.14.1, характеризуется отрицательной дисперсией  $\frac{dn}{d\lambda_0} < 0$ . Такую дисперсию света в среде называют нормальной. Нормальная

дисперсия наблюдается в тех областях, для которых среда прозрачна.

Аномальная дисперсия, для которой  $\frac{dn}{d\lambda_0} > 0$ , наблюдается в областях

длин волн, соответствующих полосам интенсивного поглощения света веществом.

Для объяснения дисперсии света нужно рассмотреть процесс взаимодействия света с веществом. Движение электронов в атоме подчиняется законам квантовой механики. Однако, как показал Лоренц, дисперсию света можно рассматривать как результат взаимодействия электромагнитных волн с заряженными частицами, входящими в состав вещества (электронами) и совершающими вынужденные колебания в переменном электромагнитном поле волны. Его можно учесть, рассматривая зависимость показателя преломления  $n$  вещества от частоты  $\omega$  падающего света. Из электромагнитной теории Максвелла следует, что

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon\mu},$$

где  $\epsilon = \epsilon(\omega)$  – относительная диэлектрическая проницаемость среды;  $\mu$  – относительная магнитная проницаемость. В оптической области спектра для всех веществ  $\mu \approx 1$ , и поэтому

$$n = \sqrt{\epsilon(\omega)}, \quad n^2 = \epsilon(\omega) = 1 + \kappa(\omega),$$

где  $\kappa(\omega)$  – диэлектрическая восприимчивость среды.

Итак, дисперсия света является следствием зависимости  $\epsilon$  и  $\kappa$  от частоты  $\omega$  световых волн.

## 14.2 Поглощение и рассеяние света

Поглощение света обусловлено тем, что при прохождении световой волны через вещество часть энергии волны затрачивается на возбуждение колебаний электронов. Поэтому интенсивность света при прохождении через

вещество уменьшается. Опыт показывает, что интенсивность света при прохождении через вещество убывает по экспоненциальному закону

$$I = I_0 e^{-\alpha l},$$

где  $I_0$  и  $I$  – интенсивности света на входе и выходе из поглощающего вещества толщиной  $l$ ;  $\alpha$  – коэффициент поглощения, зависящий только от длины волны света, химической природы и состояния вещества.

Процесс рассеяния света с классической точки зрения заключается в том, что свет, проходящий через вещество, вызывает колебания электронов в атомах. Колеблющиеся электроны возбуждают вторичные волны, распространяющиеся по всем направлениям. Поскольку вторичные волны являются когерентными, в случае однородной среды они полностью гасят друг друга во всех направлениях, кроме направления распространения первичной волны. Поэтому перераспределение света по направлениям, т.е. рассеяние света, не происходит.

Вторичные волны не погашают друг друга при распространении света в неоднородной среде. В этом случае дифракционная картина характеризуется довольно равномерным распределением интенсивности по всем направлениям. Такую дифракцию на мелких неоднородностях называют рассеянием света в мутных средах. Интенсивность рассеянного света обратно пропорциональна квадрату длины световой волны, а при рассеянии на малых неоднородностях ( $\sim 0,1\lambda$ ) обратно пропорциональна  $\lambda^4$ .

Рассеяние света в чистых средах, обусловленное флуктуациями плотности, анизотропии или концентрации, называется молекулярным рассеянием. Молекулярным рассеянием объясняется голубой цвет неба. Голубые и синие лучи, имеющие меньшую длину волны, рассеиваются сильнее, чем желтые и красные. По этой же причине свет, прошедший через значительную толщу атмосферы, оказывается обогащенным более длинноволновой частью спектра, и поэтому при закате и восходе солнечный

свет имеет красный цвет. Флуктуации плотности и интенсивность рассеяния света возрастают с увеличением температуры. Поэтому в ясный летний день цвет неба является более насыщенным по сравнению с таким же зимним днем.

### **14.3 Тепловое излучение и его характеристики**

Тела, нагретые до достаточно высокой температуры, приобретают способность светиться. Свечение тел, обусловленное нагреванием, называется тепловым излучением. Тепловое излучение – это электромагнитное излучение, которое совершается за счет энергии теплового движения атомов и молекул вещества (т.е. за счет его внутренней энергии) и свойственно всем телам при температуре выше абсолютного нуля. Тепловое излучение характеризуется сплошным спектром, интенсивность и положение максимума которого зависят от температуры (а также от химической природы и агрегатного состояния) светящегося тела. При высоких температурах излучаются короткие (видимые и ультрафиолетовые) электромагнитные волны, при низких – преимущественно длинные (инфракрасные).

Из всех видов излучения только тепловое излучение может быть равновесным. Это означает, что система тел, ограниченная идеально отражающей оболочкой, придет в состояние теплового равновесия. При этом убыль энергии тела из-за его собственного излучения компенсируется энергией, полученной от окружающих тел. Интенсивность теплового излучения характеризует величина  $r(\omega, T)$ , которая называется спектральной излучательной способностью тела; она зависит от температуры тела и измеряется в Дж/м<sup>2</sup>.

Способность тел поглощать падающее на них излучение характеризуется спектральной поглощательной способностью  $a(\omega, T)$ . Эта величина показывает, какая доля энергии падающего на тело монохроматического излучения, поглощается данным телом. Спектральная

поглощательная способность – величина безразмерная. Она зависит от природы тела и является функцией частоты и температуры. По определению  $a(\omega, T) \leq 1$ .

Между излучательной и поглощательной способностями любого тела имеется связь, установленная Кирхгофом. Он пришел к выводу, что тела, испускающие больше энергии, должны больше энергии поглощать, и наоборот. Закон Кирхгофа формулируется следующим образом: отношение спектральной излучательной и спектральной поглощательной способностей не зависит от природы тела; оно является для всех тел универсальной функцией частоты и температуры:

$$\frac{r(\omega, T)}{a(\omega, T)} = f(\omega, T).$$

Величины  $r(\omega, T)$  и  $a(\omega, T)$  могут меняться чрезвычайно сильно при переходе от одного тела к другому. Однако их отношение оказывается одинаковым для всех тел.

Тело, которое полностью поглощает излучение любой частоты при любой температуре, называется абсолютно черным. Его спектральная поглощательная способность тождественно равна единице ( $a(\omega, T) \equiv 1$ ) во всем интервале частот. Из закона Кирхгофа следует, что универсальная функция Кирхгофа  $f(\omega, T)$  есть не что иное, как излучательная способность абсолютно черного тела. Все абсолютно черные тела при одинаковой температуре обладают одним и тем же распределением излучаемой энергии по частотам. Светимость всех абсолютно черных тел одинаково меняется с температурой.

Абсолютно черных тел в природе не существует. Сажа или платиновая чернь лишь в ограниченном интервале частот могут быть приближены по своим свойствам к абсолютно черному телу. Идеальной моделью абсолютно черного тела является замкнутая полость с небольшим отверстием. Луч света, попавший внутрь такой полости, претерпевает многократное отражение от

стенок, в результате чего интенсивность вышедшего излучения оказывается практически равной нулю.

Контрольные вопросы

1. Что показывает дисперсия света?
2. В чем отличие нормальной дисперсии от аномальной?
3. Сформулируйте закон поглощения.
4. Какова природа теплового излучения?
5. Что такое абсолютно черное тело?
6. В чем заключается физический смысл универсальной функции Кирхгофа?

## **15. КВАНТОВАЯ ПРИРОДА СВЕТА**

Гипотеза Планка о том, что свет испускается и поглощается отдельными порциями – квантами, нашла свое подтверждение и дальнейшее развитие в ряде явлений: фотоэффекте, химическом действии света, эффекте Комптона, атомных и молекулярных спектрах.

### **15.1 Фотоэффект**

Фотоэффектом называется освобождение электронов от связей с атомами и молекулами вещества под воздействием света. Если электроны выходят за пределы освещаемого вещества, то фотоэффект называется внешним (открыт Герцем в 1887 г. и в дальнейшем исследован русским ученым А.Т. Столетовым). Если же электроны теряют связь только со своими атомами, но остаются внутри освещаемого вещества, увеличивая тем самым электропроводность вещества, то фотоэффект называется внутренним. Внешний фотоэффект наблюдается у металлов, а внутренний - у полупроводников и диэлектриков.

Экспериментальная установка для исследования фотоэффекта приведена на рис.15.1.

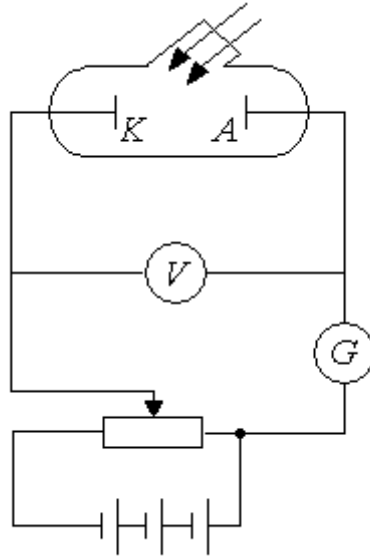


Рис. 15.1. Установка для исследования фотоэффекта

Свет проникает внутрь вакуумной трубки через кварцевое окно, прозрачное для оптического излучения, и освещает катод  $K$ , изготовленный из исследуемого материала. Электроны, испущенные вследствие фотоэффекта, перемещаются под действием электрического поля к аноду  $A$ . В результате в цепи появляется фототок, измеряемый гальванометром. Напряжение между катодом и анодом можно изменять с помощью потенциометра. Полученная на такой установке вольт-амперная характеристика фотоэлемента  $I = I(U)$  приведена на рис. 15.2.

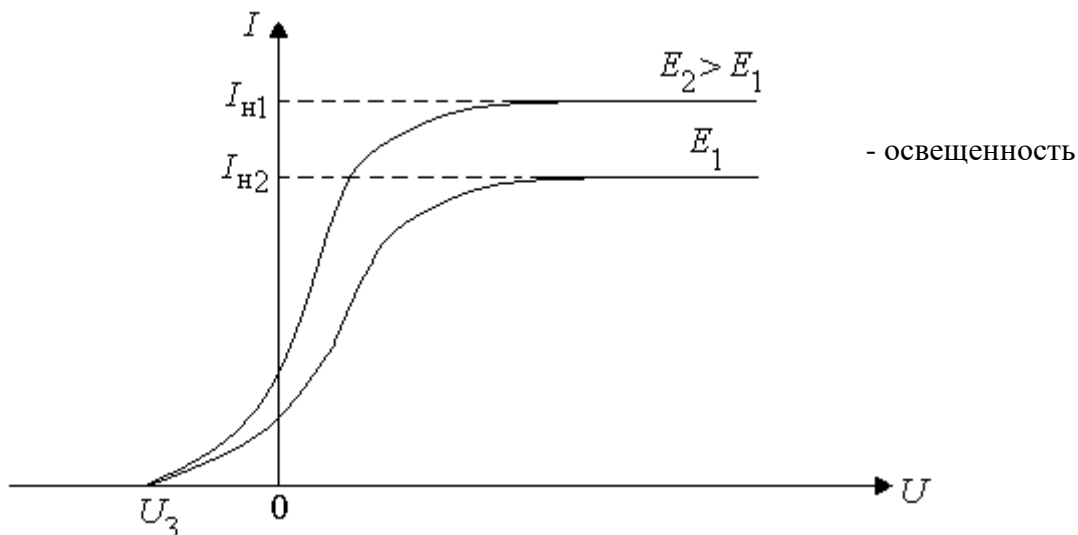




Рис. 15.2. Вольт-амперная характеристика фотоэлемента

Опытным путем были установлены следующие законы внешнего фотоэффекта:

- 1) фототок насыщения пропорционален освещенности катода, т.е. максимальное число фотоэлектронов, вырываемых с катода за единицу времени, пропорционально световому потоку (освещенности катода);
- 2) независимо от интенсивности света фотоэффект начинается только при определенной для каждого вещества минимальной частоте света  $\nu_0$ , называемой красной границей фотоэффекта. Величина  $\nu_0$  зависит от химической природы вещества и состояния поверхности катода;
- 3) напряжение запирающего  $U_3$ , при котором фототок прекращается, определяется частотой падающего света и не зависит от его интенсивности;

В 1905 году А. Эйнштейн создает квантовую теорию света, согласно которой свет не только излучается (идея Планка), но и поглощается такими же порциями (квантами). Энергия кванта определяется по формуле:

$$E = h\nu,$$

где  $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$  Дж с – постоянная Планка,  $\nu$  – частота света.

По Эйнштейну, энергия кванта, полученная электроном, поглощается им целиком. Часть этой энергии, равная работе выхода  $A$ , затрачивается на то, чтобы электрон мог покинуть поверхность, остальная идет на сообщение ему

кинетической энергии  $E_k = \frac{1}{2} m\nu_{\max}^2$ . В соответствии с законом сохранения энергии:

$$h\nu = \frac{1}{2} m\nu_{\max}^2 + A.$$

Это уравнение называется уравнением Эйнштейна для внешнего фотоэффекта. Оно позволяет объяснить все законы фотоэффекта.

Как видно из рис.15.2, по мере увеличения напряжения фототок постепенно возрастает, т.е. все большее число фотоэлектронов достигает

анода. При некотором напряжении фототок достигает насыщения. Это означает, что все электроны, испущенные катодом, попадают на анод. Следовательно, сила тока насыщения  $I_H$  определяется количеством электронов  $n$ , испускаемых катодом в единицу времени под действием света, т.е.  $I_H = en$ , где  $e$  – заряд электрона.

Из уравнения Эйнштейна следует, что максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона зависит не от интенсивности, а от частоты падающего света и работы выхода  $A$ . Внешний фотоэффект возможен только в том случае, когда энергия фотона  $h\nu$  больше или равна  $A$ . Следовательно, минимальная частота  $\nu_0$  (максимальная длина волны  $\lambda_0$ ), соответствующая красной границе фотоэффекта зависит только от величины работы выхода электрона, т.е. от химической природы металла и состояния его поверхности.

$$\nu_0 = \frac{A}{h}, \quad \text{или} \quad \lambda_0 = \frac{hc}{A}.$$

Существование фототока в области отрицательных напряжений объясняется тем, что фотоэлектроны, выбитые светом из катода, обладают отличной от нуля начальной кинетической энергией. За счет уменьшения этой энергии электроны могут совершать работу против сил задерживающего электрического поля и достигать анода. При значении поля  $U_3$  ни одному из электронов, даже обладающему максимальной скоростью  $v_{\max}$ , не удастся преодолеть задерживающее поле и достичь анода, поэтому

$$\frac{1}{2}mv_{\max}^2 = eU_3.$$

Таким образом, измерив  $U_3$ , можно определить максимальное значение скорости фотоэлектронов.

На внешнем фотоэффекте основан прибор, называемый фотоэлементом, который преобразует световую энергию в электрический ток. Фотоэлементы

получили широкое распространение в системах контроля, сигнализации и измерительной технике.

На внутреннем фотоэффекте основана разновидность фотоэлемента – полупроводниковый фотоэлемент с запирающим слоем или вентильный, который представляет собой генератор тока, непосредственно преобразующий световую энергию в электрическую. Такие фотоэлементы получили название солнечных батарей, массовое применение которых ограничивается низкими значениями коэффициента полезного действия и большой площадью поверхности.

## 15.2 Масса и импульс фотона. Двойственная природа света

Эйнштейн выдвинул гипотезу, что свет и распространяется в виде дискретных частиц – фотонов. Энергия фотона  $E$  определяется его частотой:

$$E = h\nu.$$

Массу фотона можно найти из формулы взаимосвязи массы и энергии:

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}.$$

Масса фотона отличается от массы элементарных частиц тем, что фотон имеет массу покоя  $m_0$ , равную нулю. Фотон движется со скоростью света  $c$ , поэтому его импульс:

$$p = \frac{E}{c} = mc.$$

Таким образом, фотон, подобно любой движущейся частице, обладает энергией, массой и импульсом. Все эти три корпускулярные характеристики фотона связаны с волновой характеристикой света – его частотой.

Итак, существуют убедительные доказательства справедливости квантовых (корпускулярных) представлений о природе света. С другой стороны, такие явления, как интерференция и дифракция света, могут быть объяснены только на основе волновых представлений. Одним из наиболее значительных достижений физики XX века является постепенное убеждение

в ошибочности попыток противопоставлять друг другу волновые и квантовые свойства света. Свойства непрерывности, характерные для электромагнитного поля световой волны, не исключают свойств дискретности, характерных для световых квантов – фотонов. Свет одновременно обладает свойствами непрерывных электромагнитных волн и свойствами дискретных фотонов. Однако в проявлении этих противоположных свойств имеется вполне определенная закономерность. С уменьшением длины волны (увеличением частоты) в большей степени проявляются квантовые свойства света, а волновые проявляются слабо. У длинноволнового излучения квантовые свойства проявляются в малой степени, и основную роль играют его волновые свойства.

Контрольные вопросы

1. Как проявляется квантовая природа света?
2. Напишите формулу Планка.
3. Что такое фотоэффект и какими законами он описывается?
4. Напишите уравнение Эйнштейна. Как оно объясняет законы фотоэффекта?
5. Расскажите о массе и импульсе фотона.
6. Как понимать двойственную природу света?

## **16. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙМЕХАНИКИ**

### **16.1 Двойственная корпускулярно-волновая природа микрообъектов**

Дальнейшее развитие представлений о двойственной корпускулярно-волновой природе света связано с именем Луи де Бройля, который в 1924 году высказал гипотезу о том, что корпускулярно-волновой дуализм присущ не только фотонам, а всем частицам вещества – электронам, протонам, атомам.

Согласно де Бройлю, с каждым микрообъектом связаны, с одной стороны, корпускулярные характеристики – энергия  $E$  и импульс  $p$ , а с другой – волновые характеристики – частота  $\nu$  и длина волны  $\lambda$ . Количественные соотношения между ними такие же, как и для фотонов:

$$E = h\nu, \quad p = h/\lambda.$$

Любая свободно движущаяся частица, обладающая импульсом  $p$ , имеет длину волны, называемую длиной волны де Бройля:

$$\lambda_{\text{дБ}} = h/p,$$

где  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  Дж с - постоянная Планка.

Поскольку для частиц импульс определяется соотношением  $p = mV$ , длина волны де Бройля тем меньше, чем больше масса частицы  $m$  и ее скорость  $V$ . Волновые свойства макрообъектов лежат за пределами области, доступной наблюдению, т.е. для них длина волны де Бройля настолько мала, что не может быть обнаружена никакими опытами. Поэтому можно считать, что волновые свойства у макроскопических тел практически отсутствуют.

Наоборот, для электронов с энергиями от 10 эВ до  $10^4$  эВ длины волн де Бройля имеют порядок  $10^{-10}$  м, что соответствует диапазону рентгеновского излучения. Волновые свойства таких электронов проявляются при их рассеянии на тех же кристаллах, на которых наблюдается дифракция рентгеновских лучей. Эксперименты показали, что волновые свойства присущи каждому электрону в отдельности. Впоследствии дифракционные явления были обнаружены также для нейтронов, протонов, атомных и молекулярных пучков.

Открытие волновых свойств микрочастиц привело к появлению и развитию новых методов исследования структуры веществ, а также к возникновению новой отрасли науки – электронной оптики.

Подтвержденная экспериментально гипотеза де Бройля о корпускулярно-волновом дуализме свойств вещества коренным образом

изменила представления о микрообъектах, которые нельзя считать частицами или волнами в классическом понимании.

## 16.2 Волновая функция

Необходимость вероятностного подхода к описанию микрочастиц является важнейшей отличительной особенностью квантовой теории. Для описания распределения вероятности нахождения микрочастицы в данный момент времени в некоторой области пространства вводят функцию  $\Psi(x, y, z, t)$ , называемую волновой функцией (или  $\Psi$ -функцией). Ее определяют следующим образом. Вероятность  $dW$  того, что частица находится в элементе объема  $dV$ , пропорциональна квадрату модуля  $\Psi$ -функции и величине элемента объема  $dV$ :

$$dW = |\Psi(x, y, z, t)|^2 dV.$$

Итак, в квантовой механике состояние микрочастиц описывается принципиально по-новому – с помощью волновой функции. Физический смысл имеет не сама  $\Psi$ -функция, а квадрат ее модуля, который определяет вероятность пребывания частицы в данной точке пространства в данный момент времени, который всегда является действительной величиной. Иными словами, квадрат модуля  $\Psi$ -функции определяет интенсивность волн де Бройля.

Так как  $|\Psi|^2 dV$  определяет вероятность, волновая функция  $\Psi$  должна быть нормирована так, чтобы вероятность достоверного события равнялась единице. Поэтому  $\Psi$ -функция должна удовлетворять следующему условию, называемому условием нормировки вероятностей:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dV = 1,$$

где интеграл вычисляется по всему пространству. Это условие означает, что пребывание частицы где-либо в пространстве есть достоверное событие и его вероятность должна быть равна единице.

Чтобы волновая функция являлась объективной характеристикой состояния микрочастиц, она должна удовлетворять ряду ограничительных условий. Функция  $\Psi$ , характеризующая вероятность обнаружения микрочастицы в элементе объема, должна быть конечной (вероятность не может быть больше единицы), однозначной (вероятность не может быть неоднозначной величиной) и непрерывной (вероятность не может изменяться скачком).

### 16.3 Соотношение неопределенностей

В классической механике состояние материальной точки (частицы) определяется одновременными и точными значениями координат, импульса, энергии и т.д. Поскольку в квантовой механике движение микрочастиц описывается вероятностным методом, естественно, что некоторые физические величины, характеризующие микрочастицу, являются случайными, т.е. не имеют строго определенных значений. При этом оказывается, что неопределенности этих величин не являются независимыми, а связаны между собой соотношениями. В. Гейзенберг пришел к выводу, что микрообъект невозможно одновременно с любой точностью характеризовать и координатой, и импульсом, причем, неопределенности этих величин удовлетворяют условиям:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar, \quad \Delta y \Delta p_y \geq \hbar, \quad \Delta z \Delta p_z \geq \hbar,$$

т.е. произведение неопределенностей координаты и соответствующей ей проекции импульса не может быть меньше величины  $\hbar$  - постоянной Планка.

Из соотношения неопределенностей Гейзенберга следует, что если микрочастица находится в состоянии с точным значением координаты, то в этом состоянии соответствующая проекция ее импульса оказывается

неопределенной, и наоборот. Невозможность одновременного и точного определения координаты и соответствующей проекции импульса не связана с несовершенством методов измерения или измерительных приборов, является принципиальной невозможностью, следствием специфики микрообъектов.

Соотношение неопределенностей позволяет оценить, в какой мере можно применять понятия классической механики к микрочастицам, в частности, с какой степенью точности можно говорить о траекториях микрочастиц. Например, расчеты показывают, что нельзя говорить о движении электрона в атоме по определенной траектории с точно заданной в каждой точке скоростью.

В квантовой теории рассматривается также соотношение неопределенностей для энергии  $E$  и времени  $t$ , т.е. неопределенности этих величин удовлетворяют условию:  $\Delta E \Delta t \geq \hbar$ .

Здесь  $\Delta E$  – неопределенность энергии некоторого состояния системы;  $\Delta t$  – промежуток времени, в течение которого это состояние существует. Следовательно, система, имеющая среднее время жизни  $\Delta t$ , не может быть охарактеризована определенным значением энергии; разброс энергии  $\Delta E = \hbar / \Delta t$  возрастает с уменьшением среднего времени жизни. Отсюда также следует, что частота излучения фотона должна иметь неопределенность, т.е. спектральные линии должны иметь некоторую ширину. Опыты действительно показывают, что все спектральные линии размыты. Измеряя ширину спектральной линии, можно оценить порядок времени существования атома в возбужденном состоянии.

Соотношение неопределенностей является одним из фундаментальных положений квантовой механики.

## 16.4 Уравнение Шредингера

Статистическое толкование волн де Бройля и соотношение неопределенностей Гейзенберга явились основанием к пониманию того, что



уравнением движения в квантовой механике должно быть уравнение, из которого бы вытекали наблюдаемые на опыте волновые свойства частиц. Основное уравнение должно быть уравнением относительно волновой функции  $\Psi(x, y, z, t)$ , так как она полностью характеризует состояние микрочастицы, причем физический смысл имеет квадрат ее модуля, который определяет вероятность нахождения частицы в данной точке пространства.

Уравнение Шредингера является основным уравнением нерелятивистской квантовой механики. Оно, как и все основные уравнения физики (например, уравнения Ньютона в классической механике и уравнения Максвелла для электромагнитного поля), не выводится, а постулируется. Правильность этого уравнения подтверждается согласием с опытом получаемых с его помощью результатов.

Уравнение Шредингера имеет следующий вид:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + U(x, y, z, t) \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t},$$

где  $m$  – масса микрочастицы;  $U(x, y, z, t)$  – потенциальная энергия частицы в силовом поле, в котором она движется;  $i = \sqrt{-1}$  – мнимая единица;  $\Delta = \nabla^2$  – оператор Лапласа

$$\Delta \Psi = \nabla^2 \Psi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}.$$

Это уравнение справедливо для любой частицы, движущейся со скоростью  $v \ll c$ . Явный вид волновой функции в каждом конкретном случае определяется функцией  $U(x, y, z, t)$ , т.е. характером сил, действующих на частицу.

Уравнение Шредингера дополняется условиями, накладываемыми на волновую функцию. Они носят название стандартных условий: 1) функция  $\Psi$  должна быть конечной, непрерывной и однозначной; 2) ее частные производные должны быть непрерывны; 3) функция  $\Psi$  должна быть

нормированной (т.е. должно выполняться приведенное выше условие нормировки).

Если силовое поле, в котором движется микрочастица, стационарно, т.е. функция  $U(x, y, z)$  не зависит явно от времени и имеет смысл потенциальной энергии, уравнение Шредингера можно упростить. В этом случае получим:

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0.$$

Это уравнение называется уравнением Шредингера для стационарных состояний. Оно играет основную роль в атомной физике. Решение этого уравнения дает не только совокупность функций  $\psi(x, y, z)$ , которые называются собственными функциями, но и те значения энергии  $E$  (собственные значения), при которых они существуют. Совокупность собственных значений называется энергетическим спектром частицы, который может быть как непрерывным, так и дискретным.

### **16.5 Принцип тождественности микрочастиц. Бозоны и фермионы**

В классической физике, как бы ни были сходны частицы, всегда принципиально возможно проследить за их движением и отличить одну от другой. В квантовой механике имеет место фундаментальный принцип тождественности одинаковых микрочастиц, согласно которому все одинаковые частицы, образующие данную квантово-механическую систему, являются совершенно тождественными. Поэтому перестановка мест двух любых частиц не может привести к каким либо изменениям в состоянии системы и не может быть экспериментально обнаружена. Принцип тождественности ведет к определенному свойству симметрии волновой функции:

$$|\psi(x_1, x_2)|^2 = |\psi(x_2, x_1)|^2,$$

где  $x_1$  и  $x_2$  – соответственно совокупность пространственных и спиновых переменных первой и второй частиц. Из этого соотношения вытекают два возможных случая:

$$\psi(x_1, x_2) = \pm\psi(x_2, x_1).$$

Таким образом, возможные состояния системы частиц должны описываться волновыми функциями, которые либо меняют свой знак при перестановке любой пары частиц, либо остаются неизменными. Если при перемещении частиц местами волновая функция не меняет знака, то она называется симметричной, если меняет – антисимметричной. В квантовой механике доказывается, что характер симметрии волновой функции не меняется со временем. Итак, принцип тождественности частиц ведет к двум классам состояний, выбор которых может быть продиктован только природой частиц, образующих систему, а не внешними условиями. Установлено, что симметрия или антисимметрия волновых функций определяется спином частиц (квантово-механической характеристикой, не имеющей аналога в классической механике). В зависимости от характера симметрии все элементарные и составные микрочастицы (атомы, молекулы) делятся на два класса. Частицы с полуцелым спином (например, электроны, протоны, нейтроны) описываются антисимметричными волновыми функциями и подчиняются статистике Ферми-Дирака; эти частицы называются фермионами. Частицы с нулевым или целочисленным спином (например,  $\pi$ -мезоны, фотоны) описываются симметричными волновыми функциями и подчиняются статистике Бозе-Эйнштейна; эти частицы называются бозонами. Сложные частицы (например, атомные ядра), составленные из нечетного числа фермионов, являются фермионами (суммарный спин – полуцелый), а из четного – бозонами (суммарный спин целый).

В квантовой механике волновые функции микрочастиц определяются набором квантовых чисел. Например, состояние электрона в атоме однозначно задается набором четырех квантовых чисел: главного  $n$ , орбитального  $l$ ,

магнитного  $m_l$  и магнитного спинового  $m_s$ . Электроны являются фермионами. В квантовой механике доказывается, что в системе, состоящей из фермионов, действует принцип Паули: в системе одинаковых фермионов любые два из них не могут одновременно находиться в одном и том же состоянии. Отметим, что число однотипных бозонов, находящихся в одном и том же состоянии, не лимитируется. Из принципа Паули следует, что в атоме не может быть более одного электрона с заданным набором четырех квантовых чисел. Поэтому два электрона в атоме различаются хотя бы одним квантовым числом. Итак, в каждом возможном состоянии может находиться только один электрон.

### Контрольные вопросы

1. В чем заключается дуализм природы микрообъектов?
2. Напишите формулу де Бройля и объясните ее.
3. Что такое волны де Бройля и каков их вероятностный смысл?
4. Что определяет квадрат модуля волновой функции?
5. Расскажите о соотношении неопределенностей.
6. Какой вид имеет уравнение Шредингера?
7. В чем заключается принцип тождественности микрочастиц?

## 17. ЭЛЕМЕНТЫ ФИЗИКИ АТОМНОГО ЯДРА

### 17.1 Строение атомного ядра и его свойства

К началу XX века было установлено, что в состав каждого атома входят электроны, отрицательно заряженные частицы, но в целом, атом электрически нейтрален. Э. Резерфорд, исследуя рассеяние альфа-частиц на тонких пленках, предложил ядерную (планетарную) модель атома: атом состоит из положительно заряженного ядра, в котором сосредоточена практически вся масса атома ( $> 99,94\%$ ) и окружающих его электронов, образующих отрицательно заряженную оболочку. Размер ядра ничтожно мал (порядка  $10^{-15}$

м.) по сравнению с размером атома ( $10^{-10}$  м). В дальнейшем было установлено, что атомные ядра состоят из элементарных частиц - протонов и нейтронов. Протон имеет положительный заряд, равный заряду электрона, нейтрон не имеет заряда. Протоны и нейтроны называются нуклонами. Общее число нуклонов в ядре называется массовым числом  $A$ . Заряд ядра вычисляется как  $Ze$ , где  $Z$  – порядковый номер химического элемента в Периодической таблице элементов;  $e$  – элементарный заряд. Следовательно,  $Z$  – число протонов в ядре, равное числу электронов в случае нейтрального атома,  $N$  – число нейтронов в ядре. Обозначается ядро элемента так:  ${}^A_Z X$ , где  $X$  – химический символ,  $A = N + Z$  – массовое число,  $Z$  – зарядовое число. Ядра с одинаковыми  $Z$ , но разными  $A$  называются изотопами, ядра с одинаковыми  $A$ , но разными  $Z$  называются изобарами.

Размер ядра характеризуется радиусом ядра:  $R \approx R_0 A^{1/3}$ ,  $R_0 \approx 1.5 \cdot 10^{-15}$  м, он имеет условный смысл, так как границы ядра размыты. Плотность ядерного вещества значительно превосходит плотности обычных веществ, она составляет величину порядка  $10^{17}$  кг/м<sup>3</sup>.

## 17.2 Энергия связи ядер

Исследования показывают, что атомные ядра весьма устойчивы, это свидетельствует о том, что между нуклонами существует особое ядерное взаимодействие. Оно обеспечивает стабильность ядер, несмотря на отталкивание одноименно заряженных протонов. Энергия связи ядра определяется той работой, которую необходимо совершить, чтобы расщепить ядро на составляющие его нуклоны. Из закона сохранения следует, что при образовании ядра выделяется такая же энергия, которую нужно затратить, чтобы расщепить ядро. Пусть  $E_{св}$  – энергия, выделившаяся при образовании ядра, по формуле Эйнштейна соответствующая ей масса называется дефектом массы

$$\Delta m = \frac{E_{\text{св}}}{c^2}$$

Если ядро с массой  $M_a$  образовано из  $Z$  протонов с массой  $m_p$  и из  $(A - Z)$  нейтронов с массой  $m_n$ , дефект массы равен

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - M_a.$$

Дефект массы  $\Delta m$  служит мерой энергии связи ядра:

$$E_{\text{св}} = \Delta mc^2 = [Zm_p + (A - Z)m_n - M_a]c^2.$$

При практических вычислениях массы всех частиц и атомов выражаются в атомных единицах массы: 1 а.е.м. =  $1,66 \cdot 10^{-27}$  кг. Одной атомной единице массы эквивалентна энергия 931,5 МэВ.

### 17.3 Ядерные силы

В ядрах существуют особые ядерные силы, не сводящиеся ни к одному из типов сил, известных в классической физике. Эти силы действуют на расстояниях порядка  $10^{-15}$  м. Они обладают следующими свойствами:

- 1) ядерные силы являются силами притяжения;
- 2) ядерные силы являются короткодействующими – их действие проявляется только на расстояниях, сравнимых с размерами ядра;
- 3) ядерные силы зарядонезависимы, т.е. между протонами, нейтронами и между протонами и нейтронами действуют одинаковые силы;
- 4) ядерные силы обладают свойством насыщения, т.е. нуклон в ядре может взаимодействовать только с ограниченным числом ближайших к нему нуклонов;
- 5) ядерные силы не являются центральными, т.е. не действуют по линии, соединяющей центры взаимодействующих нуклонов;
- 6) ядерные силы зависят от взаимной ориентации спинов взаимодействующих нуклонов.

### 17.4 Радиоактивность

Естественная радиоактивность была открыта в 1896 году А. Беккерелем, обнаружившим, что соли урана испускают невидимые лучи, способные вызывать почернение фотопластинки, проникать сквозь слои непрозрачных веществ, ионизировать газы. Дальнейшие исследования, проведенные учеными, показали, что радиоактивность свойственна многим тяжелым химическим элементам: актинию, торию, полонию, радю и другим. Все эти элементы были названы радиоактивными, а испускаемое ими лучи – радиоактивным излучением. Радиоактивностью называется превращение неустойчивых изотопов одного химического элемента в изотопы другого элемента, сопровождающееся радиоактивным излучением. Различается естественная и искусственная радиоактивность. Естественная радиоактивность наблюдается у существующих в природе неустойчивых изотопов, искусственная – у радиоактивных изотопов, полученных в результате ядерных реакций.

По своему составу радиоактивное излучение является сложным. В него входят три различных вида, получивших названия альфа, бета и гамма- излучений.

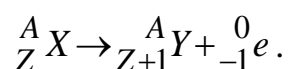
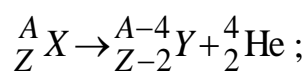
1. Альфа – излучение отклоняется электрическим и магнитным полями; представляет собой поток атомных ядер гелия, называемых  $\alpha$  - частицами. Каждая  $\alpha$  - частица несет положительный заряд  $+2e$  и обладает массовым числом 4. Эти частицы вылетают из ядер радиоактивных элементов со скоростями от 14000 до 20000 км/с, что соответствует кинетическим энергиям от 4 до 9 МэВ. Пролетая сквозь вещество,  $\alpha$  - частица ионизирует его атомы, а израсходовав энергию на ионизацию, останавливается. Путь, проходимый частицей в веществе, называется её пробегом или проникающей способностью. Очевидно, чем больше ионизирующая способность частицы, тем меньше её пробег.

2. Бета – излучение также отклоняется электрическим и магнитным полями, но в противоположную сторону отклонения  $\alpha$  - частиц и в большей

степени; представляет собой поток быстрых электронов, называемых  $\beta$ -частицами. В отличие от  $\alpha$ -излучения  $\beta$ -излучение имеет сплошной энергетический спектр, т.е. содержит  $\beta$ -частицы со всевозможными значениями энергии. Поскольку  $\beta$ -частицы имеют весьма малую массу и только один элементарный заряд  $-e$ , их ионизирующая способность значительно меньше (в среднем в 100 раз), а пробег во столько раз больше, чем у  $\alpha$ -частиц.

3. Гамма-излучение не отклоняется магнитным полем: представляет собой поток фотонов ( $\gamma$ -квантов), имеющих очень высокую частоту, порядка  $10^{20}$  Гц, что соответствует очень короткой длине волны  $-10^{-12}$  м.  $\gamma$ -кванты имеют энергию порядка 1 МэВ и являются одним из самых проникающих излучений.

Обычно все типы радиоактивности сопровождаются испусканием  $\gamma$ -квантов – жесткого коротковолнового электромагнитного излучения. Оно является основной формой уменьшения энергии возбужденных продуктов радиоактивных превращений. Ядро, испытывающее радиоактивный распад, называется материнским; возникающее дочернее ядро оказывается возбужденным, и его переход в основное состояние сопровождается испусканием  $\gamma$ -фотона. Очевидно, что радиоактивное излучение ведет к превращению атомов излучающего элемента в атомы другого элемента. Символически  $\alpha$ - и  $\beta$ -распады записываются так:



Здесь  ${}^A_Z X$  – материнское ядро;  $Y$  – символ дочернего ядра;  ${}^4_2 \text{He}$  – ядро атома гелия или  $\alpha$ -частица;  ${}^0_{-1} e$  – символическое обозначение электрона или  $\beta$ -частицы.



Радиоактивный распад ведет к постепенному уменьшению числа атомов радиоактивного элемента. Самопроизвольный распад атомных ядер подчиняется закону радиоактивного распада:

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где  $N_0$  – количество ядер в данном объеме вещества в начальный момент времени  $t = 0$ ;  $N$  – число ядер в том же объеме к моменту времени  $t$ ;  $\lambda$  – коэффициент пропорциональности, называемый постоянной распада данного элемента.

Характеристикой устойчивости ядер относительно распада является период полураспада  $T_{1/2}$ . Это время, в течение которого первоначальное количество радиоактивного вещества распадается наполовину. Период полураспада связан с величиной постоянной распада:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}.$$

Произведение  $A = \lambda N$  называется активностью радиоактивного вещества. Активность измеряется числом распадов ядер радиоактивного вещества в единицу времени. Единица активности в системе СИ – беккерель (Бк).

### 17.5 Ядерные реакции

Ядерными реакциями называются реакции превращения атомных ядер, вызванные взаимодействием их друг с другом или с элементарными частицами. Обычно в ядерных реакциях участвуют два ядра и две частицы. Символическая запись ядерной реакции:



где  $A$  и  $B$  – исходное и конечное ядра;  $a$  и  $b$  – бомбардирующая и испускаемая частицы.

Ядерная реакция характеризуется энергией ядерной реакции  $Q$ . Если  $Q > 0$ , то реакция идет с выделением энергии и называется экзотермической,

если  $Q < 0$ , то реакция идет с поглощением энергии и называется эндотермической.

В ядерных реакциях выполняются законы сохранения энергии, импульса, электрического заряда и массовых чисел.

### **17.6 Цепной процесс деления ядер**

Тяжелые ядра являются неустойчивыми из-за большого количества в них протонов, испытывающих кулоновское отталкивание друг от друга. Тяжелое составное ядро, возбужденное при захвате нейтрона, может разделиться на две приблизительно равные части (реакция деления тяжелых ядер). Деление таких ядер сопровождается выделением огромной энергии (около 1,1 МэВ на один нуклон). Осколки деления в момент своего образования обладают избытком нейтронов над протонами. Избыточные нейтроны, испускаемые осколками, называются нейтронами деления. Среди нейтронов деления имеются мгновенные и запаздывающие нейтроны. Мгновенные нейтроны испускаются непосредственно при делении ядра за время порядка  $10^{-14}$  с. Запаздывающие нейтроны испускаются продуктами деления спустя некоторое время после деления.

Если каждый из мгновенных нейтронов, возникших в реакции деления, взаимодействуя с соседними ядрами делящегося вещества, вызывает в них реакцию деления, то происходит лавинообразное нарастание числа актов деления – цепная реакция деления. Коэффициентом размножения нейтронов  $k$  называется отношение числа нейтронов, возникающих в некотором звене реакции, к числу таких нейтронов в предшествующем звене. Условие развития цепной реакции:  $k \geq 1$ .

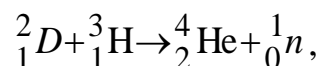
Цепные реакции деления используются в атомной энергетике, где созданы различные типы реакторов – устройств, осуществляющих управляемые цепные реакции.

Неуправляемые цепные реакции используются в атомной бомбе.

## 17.7 Термоядерные реакции

Реакции синтеза легких ядер, связанные с преодолением потенциальной энергии их отталкивания, эффективно могут протекать при сверхвысоких температурах порядка  $10^8 - 10^9$  К, превышающих температуру центральных областей Солнца. Такие реакции называются термоядерными и происходят в веществе, находящемся в плазменном состоянии. Термоядерные реакции являются, по-видимому, источником энергии звезд, компенсирующим их излучение. Термоядерные реакции на Солнце могут протекать в форме термоядерных циклов, в которых выделение энергии происходит за счет превращения ядер водорода в ядра гелия.

Условия, близкие к тем, какие реализуются в недрах Солнца, были осуществлены в водородной бомбе, где происходит самоподдерживающаяся термоядерная реакция взрывного характера в смеси дейтерия и трития типа



а также типа



где  ${}^1_0n$  – нейтрон;  ${}^1_1p$  – протон.

Возможность их реализации сводится к необходимости выполнения двух требований: наличия некоторой минимальной температуры  $T$  и определенного ограничения для произведения  $n\tau$ :

$$n\tau > 10^{16}, \quad T > 10^9,$$

где  $n$  – концентрация вещества в плазме;  $\tau$  – время удержания частиц в плазме. Число ядер, прореагировавших в термоядерной реакции должно быть пропорционально концентрации вещества и времени существования ядра.

Контрольные вопросы

1. Что показывает массовое и зарядовое число ядра?
2. Что такое дефект массы и энергия связи ядра?

3. По каким признакам можно классифицировать ядерные реакции?
4. Расскажите о цепной ядерной реакции деления.
5. Запишите закон радиоактивного распада.
6. Какие термоядерные реакции вы знаете?
7. Как объясняется  $\alpha$ -распад на основе представлений квантовой теории?

## 18. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ

Элементарными частицами принято называть мельчайшие частицы материи, которые на современном уровне знаний не имеют определенную внутреннюю структуру. Они характеризуются массой покоя, средним временем жизни, электрическим зарядом, спином, лептонным зарядом, барионным зарядом и другими свойствами.

Классифицируют элементарные частицы по их массам покоя:

- 1) фотоны (кванты электромагнитного излучения, масса покоя равна нулю);
- 2) лептоны (легкие частицы, электроны, мюоны, нейтрино);
- 3) адроны (в эту самую многочисленную группу входят мезоны и барионы, тяжелые частицы, подразделяющиеся на нуклоны и гипероны).

Только три из элементарных частиц – электрон, протон, и нейтрон – являются основными; из них построены атомы и весь окружающий нас вещественный мир. Заряд элементарной частицы (выраженный в элементарных зарядах) может быть равен +1, либо -1, либо 0. Большинство других элементарных частиц неустойчивы и имеют крайне малое время жизни.

В настоящее время экспериментально обнаружено множество процессов, при которых одни элементарные частицы превращаются в другие:

$${}^1_0n \rightarrow {}^1_1p + \left( \begin{matrix} 0 \\ -1 \end{matrix} e^+ \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \bar{\nu} \right),$$

$${}^1_0p \rightarrow {}^1_1n + \left( \begin{matrix} 0 \\ +1 \end{matrix} e + \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \nu \right).$$

Здесь  ${}^0_0\nu$  и  ${}^0_0\bar{\nu}$  – электронные нейтрино и антинейтрино.

Способность к взаимным превращениям является фундаментальным свойством элементарных частиц, при этом выполняются все законы сохранения: энергии, импульса, момента импульса, зарядов (электрического, лептонного и барионного) и закон пропорциональности массы и энергии.

### 18.1 Классификация элементарных частиц

В настоящее время известно более 400 элементарных частиц. Они распределены по группам в соответствии с их свойствами. Один из способов классификации основан на взаимодействиях частиц. В таблице 18.1 приведены лишь стабильные или долгоживущие ( $> 10^{-19}$  с) частицы.

Таблица 18.1

Группа	Название частицы	Обозначение	Античастица	Масса покоя, в Мэ	$B$	$L_e$	$L_\mu$	$L_\tau$
Фотон	Фотон	$\gamma$	$\gamma$	0	0	0	0	0
Лептоны	Электрон	$e^-$	$e^+$	0	0	+1	0	0
	Электронное нейтрино	$\nu_e$	$\bar{\nu}_e$	0	0	+1	0	0
	Мюон	$\mu^-$	$\mu^+$	106	0	0	+1	0
	Мюонное нейтрино	$\nu_\mu$	$\bar{\nu}_\mu$	0	0	0	+1	0
	$\tau$ -лептон	$\tau^-$	$\tau^+$	1784	0	0	0	1

	τ-нейтрино	$\nu_\tau$	$\tilde{\nu}_\tau$	0	0	0	0	1
Адроны Мезоны	Пион	$\pi^+$	$\pi^-$	140	0	0	0	0
		$\pi^0$	$\pi^0$	135	0	0	0	0
	Каон	$K^+$	$K^-$	494	0	0	0	0
		$K^0$	$\tilde{K}^0$	498	0	0	0	0
	η-мезон	$\eta^0$	$\eta^0$	549	0	0	0	0
Барионы	Протон	$p$	$\tilde{p}$	938	+1	0	0	0
	Нейтрон	$n$	$\tilde{n}$	940	+1	0	0	0
	Лямда	$\Lambda^0$	$\tilde{\Lambda}^0$	1116	+1	0	0	0
	Сигма	$\Sigma^+$	$\tilde{\Sigma}^-$	1189	+1	0	0	0
		$\Sigma^0$	$\tilde{\Sigma}^0$	1193	+1	0	0	0
		$\Sigma^-$	$\tilde{\Sigma}^+$	1197	+1	0	0	0
	Кси	$\Xi^0$	$\tilde{\Xi}^0$	1315	+1	0	0	0
		$\Xi^-$	$\Xi^+$	1321	+1	0	0	0
	Омега	$\Omega^-$	$\Omega^+$	1672	+1	0	0	0

Первую группу составляет один фотон, который участвует только в электромагнитных взаимодействиях.

Во вторую группу входят частицы, называемые *лептонами*, не участвующие в сильном взаимодействии, но участвующие в слабом взаимодействии. Если элементарные частицы обладают зарядом, то они участвуют также и в электромагнитных взаимодействиях. В эту группу входят электрон  $e^-$ , позитрон  $e^+$ , мюон  $\mu^-$ , электронное нейтрино  $\nu_e$ , мюонное нейтрино  $\nu_\mu$ , тау-лептон  $\tau^-$  и тау-нейтрино  $\nu_\tau$ . У каждого лептона существует античастица, которая обозначается тем же символом, но над ним ставится

значок  $\sim$ . Для объяснения распадов, обусловленных слабым взаимодействием, им приписывается так называемое *лептонное число* (лептонный заряд)  $L$ . Например, распад нейтрона ( $n$ ) происходит так:  $n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_e$ , но никогда не бывает распада  $n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_e + \nu_e$ . Это легко понять, если электрону и электронному нейтрино приписать *электронный лептонный заряд*  $L_e = +1$ , а у остальных частиц  $L_e = 0$ . Для античастиц они имеют противоположный знак. Показано, что, наряду с другими законами сохранения (законы сохранения энергии, импульса, момента импульса, электрического заряда), выполняется также закон сохранения лептонного заряда. Действительно, в распаде  $n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_e$  до распада  $L_e = 0$ , а после распада  $L_e = 0 + 1 + (-1) = 0$ , т.е. электронный лептонный заряд сохраняется. В другом же приведённом распаде этот заряд не сохраняется ( $0 \neq 0 + 1 + (-1) + 1$ ). Поэтому такой распад невозможен. В распадах с участием мюонов, например,  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$  сохраняется ещё одно квантовое число – *мюонный лептонный заряд*  $L_\mu$ . У мюона  $\mu^-$  и мюонного нейтрино  $\nu_\mu L_\mu = +1$ , у их античастиц  $-L_\mu = -1$ , а у остальных частиц  $L_\mu = 0$ .

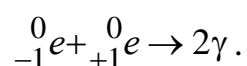
Третью группу составляют частицы, называемые *адронами*, которые участвуют в сильном взаимодействии. Адроны участвуют и в электромагнитном, и в слабом взаимодействиях, но на малых расстояниях преобладает сильное взаимодействие. Адроны подразделяются на две подгруппы: *мезоны* (положительно и отрицательно заряженные пионы  $\pi^+$  и  $\pi^-$ , нейтральный пион  $\pi^0$ , каоны  $K^+$ ,  $K^-$  и  $K^0$ , эта-мезон ( $\eta$ -мезон)) и *барионы* (протон ( $p$ ), нейтрон ( $n$ ), лямда-барион ( $\Lambda^0$ ) и т. д. (см. табл. 18.1)). Для объяснения распадов, связанных с сильным взаимодействием, им приписывается квантовое число  $B$ , называемое *барионным зарядом*. Для частиц  $B = +1$ , для античастиц  $B = -1$ . При распадах барионный заряд

сохраняется. В этом можно убедиться в следующей реакции:  
 $p + n \rightarrow p + n + p + \tilde{p}$ .

До реакции  $B = (+1) + (+1) = 2$ , после реакции  $B = +1 + 1 + 1 - 1 = 2$ . Необходимо отметить, что эта реакция возможна лишь в случае, когда бомбардирующий протон обладает достаточно большой кинетической энергией.

## 18.2 Элементарные частицы и античастицы

В 1932 году в излучении, приходящем на Землю из космоса, была обнаружена положительно заряженная частица с массой, равной массе электрона, и зарядом, равным заряду электрона по абсолютной величине. Её назвали *позитроном*. Позитрон называют также *античастицей* электрона. Затем были открыты античастицы протона, нейтрона и других элементарных частиц. Частицы и античастицы имеют одинаковые по абсолютной величине, но противоположные по знаку электрические заряды, равные заряду электрона, одинаковые спины (собственные моменты импульса), одинаковые времена жизни, одинаковые по абсолютной величине, но противоположные по знаку квантовые числа, характеризующие взаимодействия (например, лептонный и барионный заряды). Существуют, однако, несколько частиц, которые не имеют античастиц: фотон,  $\pi^0$ -мезон и  $\eta$ -мезон. Можно сказать, что они тождественны своим античастицам. Античастицы возникают в ядерных реакциях при достаточно больших кинетических энергиях бомбардирующих частиц, но в веществе живут очень недолго, так как сталкиваются с аналогичными частицами. Это приводит к их аннигиляции (исчезновению), в результате которой образуются фотоны или другие элементарные частицы, что зависит от энергии этих частиц. Например, при столкновении электрона и позитрона возникает два фотона:



Было доказано, что нейтрино, возникающее одновременно с электроном или



позитроном, отличается от нейтрино, рождающегося с мюонами. Поэтому их различают и называют электронное и мюонное нейтрино. Отличие этих частиц состоит в том, что их спины ориентированы по-разному относительно направления их распространения. У нейтрино спин  $\vec{s}$  противоположен направлению движения, т.е. импульсу  $\vec{p}$  частицы, а у антинейтрино они совпадают (рис. 18.1).

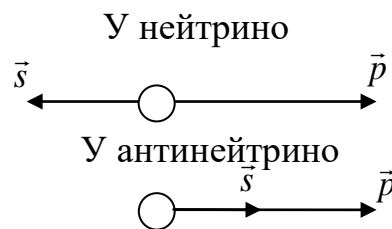


Рис. 18.1. Ориентация спинов у частиц и у античастиц

### 18.3 Кварки. Глюоны

Все наблюдаемые элементарные частицы, кроме фотона, принадлежат одной из групп: *лептонам* или *адронам*. Лептоны считаются истинно элементарными частицами, так как они не распадаются на составные части и не имеют внутренней структуры. Адроны же, как показывают эксперименты, обладают внутренней структурой. Их обилие приводит к мысли о том, что все они не элементарны. В 1963 году была высказана идея (модель Гелл – Манна-Цвейга), что все адроны построены из более элементарных частиц, которые получили название *кварков*. На сегодняшний день их шесть, они обозначаются буквами: u- верхний, d- нижний, s- странный, c- очарованный, b- прелестный, t- истинный. Предполагается, что кварки имеют дробные заряды, равные  $\frac{1}{3}e$  и  $\frac{2}{3}e$ , где  $e$  – заряд электрона. В дальнейшем были введены и антикварки. Также кваркам приписывают квантовомеханические характеристики: спин, цвет, странность, четность, очарование.

Все известные в настоящее время адроны теоретически можно

построить из этих кварков. Так, мезоны состоят из пар кварк –антикварк.

Например,  $\pi^-$ -мезон представляет собой пару  $\bar{u}d$  (у неё заряд

$$q = -\frac{2}{3}e + \left(-\frac{1}{3}e\right) = -e \text{ и } B = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 0, \text{ как и должно быть у } \pi^- \text{-мезона);}$$

$$\text{каон } K^+ = u\bar{s} \text{ с } q = \frac{2}{3}e + \frac{1}{3}e = e; B = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0.$$

Барионы состоят из трех кварков. Например, протон  $p = uud$  ( $q = \frac{2}{3}e + \frac{2}{3}e - \frac{1}{3}e = e$ ;

$$B = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1), \text{ нейтрон } n = ddu.$$

Вскоре после появления гипотезы кварков физики занялись поиском этих частиц. К настоящему времени имеются экспериментальные данные их существования, но в свободном состоянии они не обнаружены. Ненаблюдаемость кварков в свободном состоянии объясняется особым характером сил, удерживающих кварки внутри частиц. Эти силы на расстоянии  $10^{-15}$  м исключительно велики и возрастают с увеличением расстояния. Это самые большие силы, превосходящие даже ядерные. Особенностью сил, действующих между кварками, является и то, что они на расстояниях меньших  $10^{-15}$  м становятся достаточно малыми. Источником этих сил являются особые частицы, называемые *глюонами*. Размеры кварков не превышают  $10^{-18}$  м, т.е. они в 1000 раз меньше размеров протона или нейтрона.

В настоящее время признана точка зрения, что между лептонами и кварками существует симметрия: число лептонов должно быть равно числу типов кварков. Для проверки этой гипотезы проводятся экспериментальные поиски кварков в космических излучениях и в потоках частиц, создаваемых мощными ускорителями. Однако зарегистрировать кварки и подтвердить реальность их существования пока не удается. Является ли эта схема

построения элементарных частиц окончательной, покажут дальнейшие исследования.

#### 18.4 Виды взаимодействий

Между элементарными частицами осуществляются все четыре вида взаимодействий: сильное (ядерное) взаимодействие, электромагнитное, слабое и гравитационное, которые перечислены в порядке убывания их силы.

С точки зрения классической физики, взаимодействие между телами осуществляется полями. При этом оно передается с конечной скоростью. Так, например, электрический заряд создаёт вокруг себя электрическое поле, которое в месте расположения другого заряда воздействует на него с некоторой силой. Аналогично, но уже посредством других полей, осуществляются взаимодействия в природе. Квантовая физика дополнила такое представление тем, что поля состоят из квантов поля (определённых частиц), которые и являются переносчиками взаимодействия. Одна из взаимодействующих частиц испускает квант поля, а другая его поглощает. В этом и состоит механизм взаимодействия частиц. В случае электромагнитных взаимодействий квантами поля переносчиками взаимодействия являются *фотоны*. Сильные взаимодействия осуществляются *π-мезонами* (пи-мезонами), а по последним данным – *глюонами*, слабые –  $W^{\pm}$  - и  $Z^0$  – *промежуточными бозонами* и гравитационное взаимодействие – гипотетическими частицами, называемыми *гравитонами*. Все взаимодействия имеют определённый радиус действия  $R$ , который оценивается по формуле:

$$R \approx \frac{h}{2\pi mc},$$

где  $h$  – постоянная Планка;  $m$  – масса покоя частицы переносчика взаимодействия;  $c$  – скорость света в вакууме.

Оценим радиус действия различных взаимодействий. Квантами поля

ядерного взаимодействия являются  $\pi$ -мезоны, масса которых в энергетических единицах  $\sim 140$  МэВ:

$$R \approx \frac{h}{2\pi mc} = \frac{phc}{2\pi mc^2} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2 \cdot 3,14 \cdot 140 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13}} \approx 1,5 \cdot 10^{-15} \text{ м.}$$

Слабые взаимодействия, как указывалось, переносятся  $W^\pm$ - и  $Z^0$ -промежуточными бозонами, энергии которых  $\sim 80$  ГэВ (1 ГэВ =  $1,6 \cdot 10^{-10}$  Дж).

Аналогичные вычисления дают результат  $R \approx 2,5 \cdot 10^{-18}$  м. Из приведённых расчётов видно, что сильное и слабое взаимодействия являются коротко действующими, что и подтверждается на опыте.

Переносчиками электромагнитного и гравитационного взаимодействий, соответственно, являются фотоны и гравитоны, не обладающие массой покоя ( $m = 0$ ). В силу этого следует, что радиус действия этих взаимодействий не ограничен ( $R = \infty$ ).

Также взаимодействия характеризуют *интенсивностью* и *временем взаимодействия*. Интенсивность взаимодействия определяют константой взаимодействия, которую обозначают через  $G^2$ . Для сильных взаимодействий она равна  $G_s^2 \sim 10$ , для электромагнитных  $-G_e^2 \sim 10^{-2}$ , для слабых  $-G_w^2 \sim 10^{-13}$  и для гравитационных  $-G_g^2 \sim 10^{-38}$ . Можно оценить время взаимодействия, которое обратно пропорционально константе взаимодействия. Поскольку константа взаимодействия имеет наибольшее значение для сильного взаимодействия, то время этого взаимодействия – наименьшее. Пусть какая-нибудь частица приближается к другой частице, между которыми может возникнуть сильное взаимодействие. Это взаимодействие начинается тогда, когда расстояние между ними станет равным радиусу действия данного взаимодействия. Так как частица движется с большой скоростью, то ее можно принять примерно равной скорости света  $c$ . Поэтому частицы

взаимодействуют в течение времени  $\tau_s$ , равного  $\tau_s \approx \frac{R}{c} = \frac{1,5 \cdot 10^{-15}}{3 \cdot 10^8} \sim 10^{-23}$  с,

пока не достигнут друг- друга. Следовательно, время сильного взаимодействия или время процесса, обусловленного этим взаимодействием,  $\sim 10^{-23}$  с. Для нахождения времён других взаимодействий воспользуемся соотношением:

$$\tau = \tau_s \frac{G_s^2}{G^2},$$

поскольку время взаимодействия обратно пропорционально константе взаимодействия. Время  $\tau_e$  электромагнитного взаимодействия находится с использованием соотношения

$$\tau_e = \tau_s \frac{G_s^2}{G^2} \sim 10^{-23} \frac{10}{10^{-2}} \sim 10^{-20} \text{ с},$$

время  $\tau_w$  слабого взаимодействия оказывается порядка  $10^{-9}$  с и гравитационного –  $\tau_g \sim 10^{16}$  с  $\approx 10^9$  лет.

Сравнительная характеристика взаимодействий приведена в табл. 18.2.

Таблица 18.2

Вид взаимодействия	Относительная интенсивность (приближенно)	Время взаимодействия, с (приближенно)
Сильное (ядерное)	1	$10^{-23}$
Электромагнитное	$10^{-3}$	$10^{-20}$
Слабое	$10^{-14}$	$10^{-9}$
Гравитационное	$10^{-39}$	$10^{16}$

Согласно современным представлениям, в природе осуществляется четыре типа фундаментальных взаимодействий.

**Гравитационные взаимодействия** – самые слабые, но и самые универсальные из взаимодействий. Они осуществляются посредством гравитационных полей, связывающих между собой всевозможные массы – от микрочастиц до планет Солнечной системы, звезд, галактик. Эти взаимодействия определяют устойчивость Вселенной.

**Электромагнитные взаимодействия** осуществляются посредством электромагнитного поля между электрически заряженными объектами. Удерживают электроны в атоме, атомы в молекуле. Эти взаимодействия характеризуют процессы, обусловленные наличием у некоторых частиц электрического заряда: например, кулоновское отталкивание протонов в ядрах, процессы рождения и уничтожения электронно-позитронных пар. Электромагнитные взаимодействия являются единственными из взаимодействий микромира, которые проявляются и в макроскопических явлениях и процессах.

**Сильные взаимодействия** связывают нуклоны в атомных ядрах (ядерные силы), определяют процессы, происходящие с барионами, мезонами. Сильными взаимодействиями обусловлены процессы рождения и распада мезонов и гиперонов в ядерных взаимодействиях при высоких энергиях. Будучи самыми сильными в природе, ядерные силы ограничены расстояниями порядка атомных ядер.

**Слабые взаимодействия** являются наиболее медленными из взаимодействий в микромире и протекают за время порядка  $10^{-10}$  секунд. Ответственны за многие распады и превращения элементарных частиц. Характеризуют процессы, происходящие с лептонами. Примером таких процессов являются бета-распады ядер, взаимодействия мюонов, электронов, также все процессы взаимодействия нейтрино с веществом.

## Контрольные вопросы

1. Какова природа первичного и вторичного космических излучений?
2. Какие характеристики являются для частиц и античастиц одинаковыми, какие разными?
3. По каким признакам классифицируются элементарные частицы?
4. Что за частицы - кварки?
5. Какие фундаментальные типы взаимодействий осуществляются в природе и как их можно охарактеризовать?

## Заключение

После открытия элементарных частиц и их превращений на первый план единой картины мира выступило единство в строении материи. Различные элементарные частицы – это различные конкретные формы существования материи. Принципы квантовой теории являются совершенно общими, применимыми для описания движения всех частиц, взаимодействий между ними и их взаимных превращений.

Современная физика демонстрирует нам черты единства природы. Но все же многое объяснить ученым пока не удастся. Если для описания движения частиц в атомах была создана квантовая механика с ее необычными законами, то для создания единой теории взаимодействий требуется еще более радикальная теория.

«Здесь скрыты столь глубокие тайны и столь возвышенные мысли, что, несмотря на старания сотен умнейших мыслителей, трудившихся в течение тысяч лет, еще не удалось проникнуть в них, и радость творческих исканий и открытий все еще продолжает существовать». Эти слова, сказанные Галилеем четыре столетия назад, несколько не устарели.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Зайнашева Г.Н. Механика и молекулярная физика: конспект лекций / Г.Н. Зайнашева, В.Л. Матухин, В.С. Рухлов. –Казань: КГЭУ, 2008. Ч.1– 124 с.
2. Кузнецов С. И. Курс физики с примерами решения задач: учебное пособие / С. И. Кузнецов. – СПб.: Лань. Ч. 1: Механика. Молекулярная физика. Термодинамика / ред. В. В. Ларионов. – 2014. –464 с.
3. Савельев И. В. Курс общей физики : учебное пособие для вузов в 3 т.: Т. 1: Механика. Молекулярная физика /. -Изд. 11-е, стер. – СПб.: Лань, 2011. –432 с.
4. Савельев И. В. Курс общей физики: учебное пособие для вузов в 3 т.: Т. 2: Электричество и магнетизм. Волны. Оптика/ -Изд. 11-е, стер. -СПб.: Лань, 2011. –496 с.
5. Савельев И. В. Курс общей физики: учебное пособие для вузов в 3 т.: Т. 3: Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц/. -Изд. 10-е, стер. -СПб.: Лань, 2011. –320 с.
6. Трофимова Т.И. Краткий курс физики / Т.И. Трофимова. – М.: КНОРУС, 2013. –279 с.



## О Г Л А В Л Е Н И Е

Предисловие.....	3
1. Основы механики .....	5
2. Силы в механике. Законы сохранения .....	16
3. Механика вращательного движения .....	25
4. Элементы специальной теории относительности .....	33
5. Механика жидкостей и газов .....	39
6. Основы молекулярной физики .....	44
7. Основы термодинамики .....	52
8. Электростатика .....	64
9. Постоянный электрический ток .....	76
10. Магнетизм .....	84
11. Уравнения Максвелла .....	92
12. Колебания и волны .....	99
13. Элементы волновой оптики .....	105
14. Взаимодействие электромагнитных волн с веществом .....	113
15. Квантовая природа света .....	119
16. Элементы квантовой механики .....	124
17. Элементы физики атомного ядра .....	132
18. Элементарные частицы .....	140
Заключение.....	151
Библиографический список.....	152

*Учебное издание*

**Зайнашева Гузель Накиповна,**

## **ФИЗИКА**

Учебное пособие

Для студентов всех форм обучения по образовательной программе «Физика» направлений подготовки бакалавров: 01.03.04 «Прикладная математика»; 09.03.03 «Прикладная информатика»; 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника».

Кафедра физики КГЭУ

Редактор издательского отдела  
Компьютерная верстка

Подписано в печать .

Редакционно-издательский отдел КГЭУ,  
420066, Казань, Красносельская, 51